А.П. АРДАШКИН, Г.В. НЕДУГОВ, В.В. НЕДУГОВА

ФОРМАЛЬНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ИХ СУДЕБНО-МЕДИЦИНСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Монография

Офорт
Самара
2009

УДК: 340.6:517.11
ББК 58

Рецензент: заведующий кафедрой судебной медицины с курсом ФПК ГОУ ВПО «Новосибирский государственный медицинский университет» доктор медицинских наук, профессор, заслуженный врач РФ **В.П. Новоселов**

Ардашкин, А.П.
А79 Формальные логические системы и их судебно-медицинские применения [Текст] : монография / А.П. Ардашкин, Г.В. Недугов, В.В. Недугова. - Самара: Офорт, 2009. – 137, [1] с.

ISBN 978-5-473-00515-8

В монографии дано систематизированное изложение основ современной логики в аспекте их использования в судебно-медицинском познании. Логика рассматривается как совокупность взаимно дополняющих формальных логических теорий. В книге подробно анализируются синтаксис и семантика классической логики высказываний и логики предикатов. Рассматриваются понятие доказательства и техника вывода в логических исчислениях, основы теории множеств и исследуются такие судебно-медицинские приложения теоретико-множественных концепций, как дифференциально-диагностический поиск и определение последовательности возникновения повреждений. Излагаются принципы построения логических исчислений и характеризуются интуиционистская, конструктивная, многозначные и нечеткая логики, рассматриваются их возможные судебно-медицинские приложения. Классические логические теории иллюстрируются построением конкретных аксиоматических судебно-медицинских систем, посвященных определению живорождения и мертворождения, судебно-медицинской экспертизе степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека, а также установлению источников субдуральных гематом любого генеза.

Монография предназначена для судебно-медицинских экспертов и преподавателей судебной медицины.

УДК: 340.6:517.11
ББК 58

ISBN 978-5-473-00515-8

ВВЕДЕНИЕ

> Самый быстрый, простой, общедоступный, организационно и экономически выигрышный путь резкого повышения врачебной квалификации лежит не столько через новые тонкие методы исследования, сколько через более рациональное клиническое мышление.
>
> *В.С. Смоленский*

Развитие судебно-медицинского познания на определенном этапе неизбежно должно было привести и привело к необходимости обращения к логике, к применению логических средств для решения проблем судебной медицины. Благодаря ряду специальных исследований [9-11,37-39 и др.] была актуализирована необходимость интеграции логики в судебную медицину, проанализированы основные логические законы и правила доказательств, иллюстрированы допускаемые и возможные логические ошибки в судебно-медицинской практике. Однако достигнутый уровень интеграции логики в судебную медицину сегодня не может быть признан достаточным.

Основной причиной ограниченности возможностей современной логики при решении судебно-медицинских задач является использование средств только традиционной логики со всеми присущими ей недостатками (нечеткость понятий, исходных постулатов и правил доказательства). Применяемый в судебной медицине логический аппарат, оперирующий исключительно средствами естественного языка и декларируемый как формальный, строго говоря, таковым не является. Отсюда в судебно-медицинской практике постоянно встречаются многочисленные логические ошибки, обусловленные неточностью суждений, подменой тезиса и т.д., возникают семантические разночтения идентичных и эквивалентных логических формул экспертных суждений.

Кроме того, судебно-медицинская теория и практика до настоящего времени в основном ограничиваются только классическими логическими системами. Исследования, посвященные разработке и практическому применению неклассических логик, пока единичны и затрагивают лишь неформализованные варианты модальных логик. В то же время объекты судебно-медицинского научного и экспертного познания разнородны по своей сути, из-за чего некоторые задачи судебной медицины принципиально не разрешимы в рамках классических логических теорий. Мало того, многие экспертные выводы, доказанные средствами классической логики, могут оказаться недоказуемыми в неклассических логических исчислениях. В этой связи необходимым является изучение неклассических формальных логических систем, которое может обнаружить возможные приложения неклассических логик при изучении многих нерешенных проблем теории и практики судебной медицины, а также актуализировать поиск новых ответов на давно решенные вопросы.

Необходимо отметить, что в судебной медицине приемы и принципы правильного мышления (пока только с позиций классической логики) рассматривались исключительно в отношении экспертных суждений при производстве судебно-медицинских экспертиз. Между тем, методология научных судебно-медицинских исследований как любого научного познания в качестве необходимого компонента также должна включать допустимые правила вывода и способы доказательства, объединяемые в рамках какой-либо формальной логической системы. Иными словами, научные положения, теории в судебной медицине могут (а, возможно, и должны) строиться с использованием формальных принципов так же, как и любые математические и логические теории.

Изложению указанных аспектов и посвящена настоящая монография. При написании ее авторы ставили своими целями обратить профессиональное внимание судебных медиков на достижения современной логики как совокупности взаимно дополняющих формальных логических теорий и показать эффективность и возможности логического инструментария при решении научных проблем судебной медицины и задач экспертной практики.

Структура настоящей работы включает шесть глав. Первая глава посвящена краткой характеристике современной логики и принципов логического формализма, а также освещению синтаксиса и семантики классической логики высказываний и предикатов. Вторая глава включает рассмотрение понятий доказательства и техники естественного вывода в логических исчислениях. В третьей главе иллюстрируется построение конкретных аксиоматических судебно-медицинских систем. Четвертая глава содержит изложение элементов теории множеств и возможных судебно-медицинских приложений теоретико-множественных концепций. Последние две главы посвящены изложению принципов построения логических исчислений и характеристике неклассических логических систем, имеющих статус формальных теорий. В частности, рассматриваются интуиционистская, конструктивная, многозначные и нечеткая логики, анализируются возможные судебно-медицинские приложения указанных логических систем.

Придерживаясь принципа формализма, авторы сознательно решили не останавливаться на обсуждении ряда логических теорий, ориентированных на решение специфических гносеологических и философских задач (например, логики времени, познания, норм, оценок, действия, решения и выбора, бытия, изменения, части и целого и др.), а также теорий, по своей сути не являющихся логическими, а только использующих логические средства (логика причинности). При этом авторы не исключают, что некоторые из этих теорий, перспективные в аспекте приложимости к проблемам судебной медицины, станут предметом дальнейшего изучения.

В данной книге, как и в специальной логико-математической литературе, использовалось следующее соглашение об обозначениях. При наличии связи между различными типами объектов последние обозначались одной и той же буквой, хотя и принадлежащей разным алфавитам. Например, символы Т, T, t, τ обозначают различные объекты, некоторым образом связанные друг с другом. Символ := означает «по определению». Символы I,J,N служат в качестве обозначений некоторых множеств индексов (строчных, подстрочных и т.д.). Другие традиционные логико-математические обозначения поясняются по ходу изложения. При этом разрядкой выделяются основные принятые в логике и математике понятия.

Авторы выражают надежду, что предлагаемая работа поможет заинтересованным специалистам в овладении рациональными знаниями и познавательными процедурами, разработанными современной логикой, и в их приложении к решению специфических задач судебной медицины.

ГЛАВА 1. КЛАССИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

1.1. ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ И СТРУКТУРА СОВРЕМЕННОЙ ЛОГИКИ

По своей сути логика является наукой о рассуждениях, позволяющих определять истинность или ложность утверждений (умозаключений, выводов), исходя из совокупности первичных суждений (предположений, посылок, данных). Исторически необходимость изучения методологии правильного мышления была вызвана развитием специальных наук, которое актуализировало проблему разработки техники доказательств, обеспечивающих правильность выводов в рамках любой научной теории.

В развитии логики выделяют два основных этапа. Первый этап, история которого начинается с трудов Аристотеля (384-322 гг. до н.э.) и насчитывает более двух тысячелетий, получил название традиционной логики. Традиционная логика изучала правила мышления, опираясь на естественный язык, не являющийся адекватным для этой цели из-за своей многозначности и неопределенности принципов построения доказательства. Тем не менее, сложившийся в рамках традиционной логики комплекс правил вывода на протяжении столетий был достаточен и служил развитию теологии, философии, математики и многих других областей знания.

Длительное время традиционная логика в своем величии казалась незыблемой. Это даже позволило И. Канту высказать мысль о том, что со времен Аристотеля логика не продвинулась ни на шаг [цит. по 14]. Однако в начале XX века порядок ее устоявшихся законов мышления был нарушен появлением математической логики, которая предложила операции правильного мышления, основанные на отображении мыслительных процедур посредством формализованных языков, или логических исчислений.

Основу математической логики составляет идея о возможности представить доказательство в форме математического решения путем замены слов обычного языка и принятых грамматических способов объединения слов в предложения специальными знаками и правилами построения формул, а обычных способов рассуждения – вычислением. Возникновение подобной методологии было вызвано аморфностью языка традиционной логики в отношении понятий, правил построения и интерпретации выражений, не позволявшей точно передавать логическую форму.

В этой связи логики неоднократно обращали внимание на ошибки, возникающие вследствие неправильного употребления и несовершенства естественного языка, а наиболее радикальные из них требовали замены функционально негодного естественного языка искусственным языком, строящимся по строго формализованным правилам. Например, весьма близкий к реально осуществленному впоследствии замысел универсального логического исчисления активно развивал немецкий математик и философ Г. Лейбниц (1646-1716), который надеялся даже, что в будущем философы вместо того, чтобы бесплодно спорить, будут брать бумагу и вычислять, кто из них прав [16,18-20]. Как он был прозорлив в своем оптимизме! Прошло больше века, и ирландский математик и логик Д. Буль (1815-1864) предложил использовать в теории умозаключений специальные алгебраические структуры, названные затем булевыми алгебрами. Позже теория логико-математических языков была значительно развита в работах Г. Фреге (1848-1925).

В формализованном языке современной логики слова обычного языка заменены специальными символами с четким разграничением синтаксической и семантической частей. Такой язык служит исключительно задаче выявления и демонстрации логических связей и не предназначен для общения. Синтаксис предусматривает указание набора знаков, используемых для обозначения высказываний, предикатов, логических функций и отношений между ними, а также определение строгих правил построения логических формул.

Формализованный подход обеспечивает не только соблюдение однозначности основных понятий, употребляемых при рассуждениях. Разделение синтаксиса и семантики позволяет определить понятие логического вывода формально, не обращаясь к содержанию конструируемых выражений.

Обозначение современной логики термином «математическая» объясняется не только внешним сходством знаков языков логических исчислений с математической символикой. Дело в том, что математическая логика создавалась как наука, призванная исследовать фундаментальные понятия математических наук, способы возможных доказательств, решения вопросов философского осмысления математики. Ориентация современной логики на первых порах на анализ только математических рассуждений в значительной степени объяснялась спецификой изучаемых математикой объектов, которые, как известно, не являются экспериментально наблюдаемыми, а представляют собой мысленные объекты, возникающие в результате многоступенчатой абстракции действительности. Поэтому и способы рассуждения относительно таких сложных объектов также требовали сложной экстраполяции способов рассуждения, применяемых в обыденной жизни [20].

Рождение математической логики явилось ответом на выявившиеся трудности определения основных объектов изучения в математике и отношений между ними, неадекватность интуитивной очевидности исходных положений (аксиом и постулатов) математических теорий, на накопление парадоксов в основаниях математики [18-20,22,30]. Важнейшим толчком к развитию математической логики послужило открытие Б. Расселом (1872-1970) и А.Н. Уайтхедом (1861-1947) парадоксов в теории множеств Г. Кантора, составлявшей фундамент математики. Для вывода математики из сложившегося кризисного положения Д. Гильберт (1862-1943) в 20-х годах XX века предложил программу построения аксиоматических теорий, получившую название формализма и в настоящее время составляющую основу современной логики.

Формализм подразумевает описание любой логической теории посредством строгого языка логических и математических знаков. В такой знаковой форме описываются все исходные термины и аналитические действия. В формализованной теории доказательство представляет собой последовательность формул (цепочек знаков), каждая из которых есть либо аксиома, либо получается из аксиом согласно фиксированным правилам вывода. Указанный принцип позволяет осуществить сложное доказательство элементарными средствами, изучая лишь формальную структуру выводов, не вникая в их содержание [20].

Важно подчеркнуть, что программа Д. Гильберта не осуществима в полной мере. Как показал К. Гёдель (1906-1978) любая достаточно богатая содержанием теория не может быть полностью отображена в ее формализованной версии [19,20,22].

Вместе с тем, последователи логического формализма добились значительных успехов в прояснении основ математики. В частности, вся существующая математика была сведена к сравнительно простой и унифицированной системе исходных положений и правил вывода из них следствий или теорем, а математический словарь ограничен кратким перечнем основных понятий.

Дальнейшее развитие современной логики было связано с расширением объектов изучения, становлением неклассических логических систем и распространением их влияния на естественные и гуманитарные науки. В настоящее время современная (математическая) логика в зависимости от характера изучаемых объектов включает следующие разделы: метаматематику, металогику и естественнонаучные и гуманитарные приложения.

Метаматематика специализируется на решении задач раннего периода математической логики и с помощью формальных методов изучает основания математики, структуру математических доказательств и метасвойства математических теорий. Объектами исследования в метаматематике являются формализованные математические теории, такие, как теория множеств, элементарная геометрия, арифметика, алгебра, математический анализ и др.

Объектами изучения металогики являются логические теории (формальные системы). В настоящее время ядро формальных логических теорий по-прежнему составляет классическая двузначная логика, сохраняющая свою теоретическую и практическую значимость. Однако основными объектами изучения металогики являются неклассические логические системы (многозначные логики, нечеткая логика), каждая из которых, как и классическая логика, объединяет логику высказываний и логику предикатов.

Естественнонаучные и гуманитарные приложения современной логики ориентируются на решение определенных логических и специальных задач, актуальных в рамках каких-либо конкретнонаучных теорий или философских концепций. Указанные приложения представлены такими теориями, как логики времени, причинности, познания, норм, оценок, действия, решения и выбора, бытия, изменения, части и целого и др. Многие из них являются не строго логическими системами, а специальными теориями, оперирующими логическими средствами. Границы между перечисленными разделами логики не являются четкими, одни и те же логические теории могут иметь одновременно отношение к математике и металогике, к философии и естествознанию и т.д.

Структура любой логической теории независимо от ее вида формируется на основе выполнения ряда принципов.

Каждая формальная логическая теория (система, исчисление) должна состоять из языка, множества формул, аксиом и правил логического вывода. Алфавитом α формальной системы называется множество символов, используемых для ее построения. Единственное требование, предъявляемое к символам из α, состоит в следующем: необходимо отличать символы из α от других символов и различать разные символы из α друг от друга.

Наиболее типичными частями алфавита являются символы пропозициональных и предметных переменных, логических связок, константные, предикатные и функциональные символы, символ равенства и вспомогательные символы (скобки). Словами в алфавите α называются конечные упорядоченные последовательности символов алфавита. Число символов, входящих в слово, называется длиной этого слова. Понятие язык над алфавитом α включает множество всех слов в алфавите α. В дальнейшем будем обозначать язык формальной системы через J.

В логических системах строго различают объектный язык и метаязык. Объектный язык – это язык, выражения которого относятся к некоторой области объектов, их свойств и отношений. Любой язык в основном используется для обозначения каких-либо внеязыковых объектов, и в этом смысле каждый язык является объектным. Метаязык представляет собой язык, средствами которого исследуются и описываются свойства объектного языка. В естественном языке нет явного различия между объектным языком и метаязыком, он служит и для обозначения внеязыковых объектов, и для описания собственных характеристик. Указанное свойство языка содержать в себе как выражения, относящиеся к некоторым внеязыковым объектам, так и выражения, относящиеся к характеристике самого языка, называется семантической замкнутостью. Всякий естественный язык является семантически замкнутым.

А. Тарский показал, что семантическая замкнутость естественного языка приводит к возникновению в нем противоречий и парадоксов [14]. Например, противоречивым является утверждение: «Данное предложение ложно». При общении языковая интуиция обычно помогает избегать парадоксов, к которым приводит семантическая замкнутость естественного языка. Однако всегда существует опасность того, что отсутствие дифференциации объектного и метаязыка приведет к противоречию. Поэтому в математической логике проводится четкое разграничение этих двух языков. В этой связи запас новых символов, не входящих в алфавит α, но использующихся при построении конкретной формальной системы, называется метаалфавитом, а его символы - метасимволами.

После формирования языка J выбирают некоторое множество, его слов, элементы которого называются формулами. При описании формул обязательно указываются правила Φ их построения, носящие индукционный характер. А именно, вначале указываются самые короткие, затем простые, а потом более сложные формулы. Обычно в конце сообщается, что другими способами, отличными от уже указанных, формулы строиться не будут. Подобный принцип чаще всего по любому слову из J позволяет эффективно определять, является оно формулой или нет. Обозначим через FJ множество формул языка J, построенное с помощью правил Φ.

На следующем этапе производят выбор из FJ некоторого подмножества А формул, специально выделенных в качестве исходного набора аксиом, который состоит из двух взаимно дополняющих подмножеств логических LAx и специальных SAx аксиом

$$\mathrm{A} = LAx \cup SAx.$$

При этом аксиомы подмножества SAx вводятся для решения задач, специфичных для данной формальной теории.

После определения аксиом задают множество R правил вывода, с помощью которых из А выводят новые утверждения, которые в совокупности и составят формальную теорию

$$T = \langle \mathrm{A}; \mathrm{R} \rangle.$$

Внутри формальных теорий употребляют термины «выводить формулы» и «вывод» вместо терминов «доказывать утверждения (теоремы)» и «доказательство». Построенное исчисление отождествляют с множеством всех выводимых формул в данной формальной системе. Если формула A выводима в T, то говорят, что A является теоремой формальной теории T.

Формализация логических теорий обычно сопровождается рассмотрением ряда вопросов о свойствах, относящихся к их качественной структуре. Указанные свойства формальных теорий называют метасвойствами. Наиболее важным метасвойством логических исчислений является их непротиворечивость, означающая невозможность одновременного выведения в ней некоторого утверждения и его отрицания. Обычно непротиворечивость является категоричным требованием, предъявляемым к любым логическим censored теориям. Обнаружение противоречивости теории сопровождается неизменным стремлением построить непротиворечивую замену.

Завершая обзор структуры современной логики, следует обратить внимание на существующие неверные представления относительно истории и терминологии данной научной дисциплины. Первое из них связано с многовековым отождествлением традиционной логики с аристотелевской силлогистикой. Только в середине XX века была обнаружена ошибочность такого отождествления. Известный польский ученый Я. Лукасевич, являвшийся крупным специалистом в области математической логики, а также знатоком и интерпретатором греческих логико-философских текстов, доказал, что логическая теория Аристотеля – это самобытная дедуктивная система со своей аксиоматикой и своей сферой приложения, а традиционная логика сложилась спустя несколько веков после смерти греческого мыслителя [16]. Причиной неверного отождествления, по мнению Я. Лукасевича, является то, что все многочисленные толкования аристотелевской силлогистики давались не логиками, а философами или филологами, которые не могли знать либо не знали современной логики.

Другим ошибочным представлением является отождествление понятий формальной и символической логики. На самом деле термин «формальная» является характеристикой традиционной логики. Авторами этого выражения считаются два видных представителя классической немецкой философии XVIII-XIX вв. – И. Кант и Г. Гегель. Кант первым употребил выражение «формальная» в отношении элементарной (традиционной) логики, которую он на несколько ступеней ставил ниже так называемой трансцендентальной логики, т.е. логики, которая как бы раздвигает рамки традиционной логики, выходя за ее границы в сферу гносеологии [16]. В отличие от И. Канта, использовавшего термин «формальная логика» лишь спорадически, Г. Гегель стал применять его постоянно для обозначения традиционной логики, которую он также противопоставлял логике диалектической. Таким образом, формальная логика в понимании Канта и Гегеля не имеет ничего общего с логикой символической, как раз и являющейся по своей сути формальной в современном понимании этого термина. Следует отметить, что в работах по теории судебно-медицинского экспертного познания термин «формальная» до настоящего времени употреблялся исключительно в отношении традиционной логики [9-11,37-39].

1.2. КЛАССИЧЕСКАЯ ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Высказывания являются основным объектом операций в логике высказываний. Под ними подразумеваются грамматически правильно построенные предложения, утверждающие что-либо:

Повреждения состоят в прямой причинной связи со смертью»;
«*Смерть наступила от острого отравления этанолом*»;
«*Младенец являлся жизнеспособным*».

Согласно приведенному определению к высказываниям не относятся предложения, в которых ничего не утверждается, как, например, предложения, содержащие вопросы и приказания:

«*Какова давность повреждения*?»;
«*Проведите дополнительное исследование*».

Несмотря на потенциальную бесконечность множества высказываний, любое из них является либо истинным, либо ложным, либо ему нельзя приписать никакого истинностного значения (ни истинного, ни ложного). Типичным примером высказываний, не имеющих истинностного значения, является так называемый «парадокс лжеца»: «*То, что я сейчас говорю, ложно*». К группе синтаксически правильных языковых конструкций с неопределенными истинностными значениями относятся также бессмысленные высказывания, например: «*Трупное окоченение теплое*».

Логика высказываний представляет собой простейший вид классической двузначной логики. В качестве изучаемых ею объектов выступают элементарные высказывания, для которых постулируется, что они обязательно должны быть либо истинными, либо ложными.

Логика высказываний состоит из двух компонентов: синтаксиса и семантики. Первый компонент представляет собой формальную дедуктивную теорию, называемую также исчислением высказываний, а второй – ее интерпретацию. Как и любая формальная теория, исчисление высказываний состоит из языка, множества формул, аксиом и правил логического вывода.

Алфавит α исчисления высказываний включает множество символов, состоящее из трех частей α_1, α_2, α_3:

$a_1 = \{a, b, c, \ldots\} \cup \{0, 1\}$ - переменные высказывания, где 0 и 1 - особые символы, обозначающие постоянные формулы, не зависящие от переменных;

$a_2 = \{\neg, \to\}$ - логические связки (отрицание и импликация);

$a_3 = \{(,)\}$ - вспомогательные символы (скобки).

Отличительной особенностью исчисления высказываний является то, что в его алфавите нет предметных переменных, константных, предикатных и функциональных символов. Исчисления с подобными алфавитами принято называть пропозициональными. Данное название подчеркивает, что объекты таких теорий представлены пропозициями, т.е. инвариантными сущностями элементарных утверждений, не меняющимися при изменении языковых систем [16].

Логические связки заменяют собой особые части речи, служащие в естественном языке для образования сложных предложений. Так, логическая связка $\neg$ является интерпретацией отрицательной частицы «не» естественного языка, связка $\to$ интерпретирует союз «если …, то …», а связка $\wedge$ - союз «и». В отличие от обыденной речи в логике высказываний смысл таких связок должен быть определен однозначно. Например, логическая связка $\vee$ является общепринятой интерпретацией союза «или». Вместе с тем для обозначения исключающего «или», подчеркивающего обязательность выполнения только одного из двух связанных утверждений, применяется связка $\underline{\vee}$.

Связки $\to$, $\wedge$, $\vee$ и $\leftrightarrow$ называются бинарными, поскольку они связывают два высказывания. Символ $\neg$ является унарной связкой, так как применяется только к одному высказыванию.

Словами в пропозициональном исчислении называют любую конечную, в том числе и пустую, упорядоченную последовательность символов алфавита данного исчисления. Примером слов алфавита исчисления высказываний являются следующие:

$$a, b, a \to b, \neg c, b \to, (a .$$

Слово B называется подсловом слова A, если $A = C, B, D$, где C и D – некоторые слова, возможно пустые.

Формулы исчисления высказываний определяются следующими индукционными правилами:

1. Пропозициональная переменная есть формула.
2. Если A и B есть формулы, то $\neg A$ и $(A \to B)$ – формулы.
3. Других формул, кроме построенных по правилам 1 и 2, нет.

Формулы, построенные по приведенному определению, называются правильно построенными формулами. Множество всех правильно построенных формул над заданным языком J обозначается FJ. При этом формулы, представляющие собой какие-либо переменные или их отрицания, именуются атомными формулами. Подформулой формулы A называется любое подслово слова A, которое само является формулой.

В теории доказан ряд лемм, касающихся правил построения формул исчисления высказываний. В качестве основных из них следует назвать леммы о числе скобок в формуле и о строении формулы [22]. Указанные леммы в совокупности с фиксированными синтаксическими правилами позволяют для любого слова алфавита α эффективно определять, является оно формулой или нет. Так, приведенные выше выражения $a, b, a \to b, \neg c$ относятся к числу правильно, а $b \to, (a$ - неправильно построенных формул.

Обычно в исчислении высказываний наряду с базовыми используются также дополнительные логические связки конъюнкции, дизъюнкции и эквивалентности с введением соответствующих поправок в индукционные правила построения формул. Однако исходные индукционные правила образования формул позволяют определять дополнительные связки как сокращения формул

$$A \wedge B := \neg(A \to \neg B),$$

$$A \vee B := (\neg A \to B),$$

$$A \leftrightarrow B := (A \to B) \wedge (B \to A).$$

Возможные высказывания различаются в зависимости от сложности строения составляющих их формул. Простыми являются высказывания, не содержащие логических связок, иначе высказывания именуются сложными.

Для обозначения конкретных утверждений в логике высказываний часто используют строчные буквы середины латинского алфавита p, q, r и т.д. Например, знак p может обозначать утверждение «*В крови из трупа потерпевшего обнаружен этанол*», а q – «*Потерпевший незадолго до смерти употреблял этиловый алкоголь*». В этом случае последовательность символов $p \to q$ обозначает сложное высказывание: «*Если в крови из трупа потерпевшего обнаружен этанол, то потерпевший незадолго до смерти употреблял этиловый алкоголь*». В качестве других примеров сложных высказываний можно привести следующие формулы:

$$p \vee q, \ \neg p \wedge \neg q, \ p \leftrightarrow q.$$

Несмотря на то, что синтаксические правила построения формул предписывают однозначность последовательности выполнения логических операций путем использования необходимого количества скобок, на практике скобки часто опускают в целях уменьшения громоздкости формул. При этом во избежание неоднозначности интерпретации выражений, не содержащих скобки, установлен определенный приоритет выполнения логических операций. В частности, последние выполняются в следующей последовательности: $\equiv, \wedge, \vee, \rightarrow$ и $\leftrightarrow$ [2].

Например, согласно приведенному правилу выражения

$$\neg p \vee q, \neg p \rightarrow \neg q, p \vee q \leftrightarrow q \vee p, \neg p \vee \neg q \equiv \neg(p \wedge q)$$

следует интерпретировать как

$$(\neg p) \vee q, (\neg p) \rightarrow (\neg q), (p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p), \left[(\neg p) \vee (\neg q)\right] \equiv \left[\neg(p \wedge q)\right].$$

Вместе с тем, для исключения неоднозначности при выполнении логических операций лучше всегда использовать скобки.

Для исчисления высказываний было предложено много вариантов набора аксиом. Наиболее часто используемым ввиду своей простоты и экономичности является список аксиом, предложенный Я. Лукасевичем:

L_1. $\left[A \rightarrow (B \rightarrow A)\right]$ - утверждение посылки;

L_2. $\left\{\left[A \rightarrow (B \rightarrow C)\right] \rightarrow \left[(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)\right]\right\}$ - самодистрибутивность $\rightarrow$;

L_3. $\left[(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)\right]$ - контрапозиция [22].

Следует отметить, что приведенные формулы представляют собой схемы аксиом. Это означает, что логическую аксиому можно получить, подставив некоторые конкретные формулы в приведенные схемы. Каждая такая конкретная аксиома называется интерпретацией логической аксиомы.

Завершает описание исчисления высказываний указание правил логического вывода. В исчислении высказываний имеется только одно правило вывода, называемое modus ponens:

$$r_{mp} : \frac{A, A \rightarrow B}{B}.$$

По правилу modus ponens, зная, что высказывания A и $A \rightarrow B$ истинны, можно сказать, что высказывание B также верно.

Доказательством в пропозициональном исчислении называется конечная последовательность формул

$$B_1, B_2, \ldots, B_n,$$

в которой каждая формула B_i есть интерпретация одной из аксиом исчисления высказываний или непосредственное следствие предыдущих формул, взятых как посылки правила modus ponens. В этом случае говорят, что A выводима в пропозициональном исчислении (является в нем формальной теоремой). К исчислению высказываний относят все формулы, для которых существует вывод из аксиом с помощью правила modus ponens.

Семантика в логике высказываний определяет, какое высказывание истинно, а какое – ложно. Это достигается путем присваивания значения истинности из множества $\{0,1\}$ формулам из *FJ*. Формально указанная процедура именуется определением значения истинности формул из *FJ*. Часто вместо символов констант 1 и 0 используют символы **и** (истина) и **л** (ложь), а также **T** (truth) и **F** (false) [2,22].

Определение истинности формул логики высказываний основывается на принципе функциональной истинности. Это означает, что значение истинности формулы вычисляется, используя значения истинности ее составных частей и специальные операции, выражаемые через логические связки. При этом формула называется общезначимой, если ее значение истинно для любых значений пропозициональных переменных, входящих в ее состав. Понятие общезначимой формулы эквивалентно понятиям тождественно истинная формула, логический закон, тавтология.

Весьма важным является рассмотрение метасвойств исчисления высказываний. В отношении последнего доказаны метасвойства: непротиворечивость, полнота и непополняемость [22].

Непротиворечивость исчисления высказываний означает невозможность одновременного выведения в нем некоторого утверждения и его отрицания. Метасвойство полноты означает, что исчисление высказываний полно по отношению к множеству постоянных формул, то есть в данном исчислении выводимы все тавтологии и только они. Добавление к аксиомам и правилам вывода исчисления высказываний какой-либо неразрешимой в нем формулы неизбежно приведет к противоречивости нового исчисления. Кроме того, ни одну из аксиом или правило вывода нельзя доказать, базируясь на остальных утверждениях. Это метасвойство называется взаимной независимостью аксиом и правила вывода [22].

1.3. КЛАССИЧЕСКАЯ ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

Выразительные возможности исчисления высказываний не достаточны для формализации многих теоретических построений. Ограничения связаны с тем, что пропозициональные исчисления, во-первых, оперируют лишь с целыми суждениями и не имеют возможности работать с составляющими их объектами; во-вторых, не позволяют говорить обо всех предметах с данным свойством. Поэтому классическая логика расширяет пропозициональное исчисление до предикатного исчисления.

В традиционной логике под термином «предикат» понималось языковое выражение, обозначающее какое-то свойство объекта. Предикативная связь означала, что предмету (субъекту) присущ определенный признак. Например, в выражении

«*Плод является доношенным*»

указывается на то, что субъекту «плод» присуще свойство «быть доношенным», а утверждение

«*Повреждение является опасным для жизни*»

означает, что субъект «повреждение» обладает свойством «быть опасным для жизни».

По сравнению с исчислением высказываний, которое может рассматривать указанные суждения только целиком, использование предикатов позволяет оперировать с составными частями данных утверждений.

Символически предикаты обозначают прописными буквами латинского алфавита P, R, F, G. Высказывательную форму «*предмет x обладает свойством P*» записывают в виде $P(x)$. Например, если P есть свойство «быть нечетным числом», то высказывания $P(1)$ и $P(7)$ истинны, а высказывания $P(2)$ и $P(10)$ ложны.

Введение предикатов обеспечило некоторые преимущества, представляемые формализацией языка. Однако традиционное представление предикативных связей существенно ограничивало выразительные возможности языка логики. Это, прежде всего, проявляется в случаях необходимости формализации отношений с числом членов, большим одного, например:

«*A пересекается с B*»,

«*A находится между B и C*».

Кроме того, основные объекты изучения во многих областях науки и, прежде всего, в математике представляют собой утверждения, имеющие форму высказываний, но не являющиеся таковыми на самом деле, поскольку содержат переменные, конкретные значения которых не указаны. Поскольку такие утверждения при одних значениях переменных могут быть истинными, а при других – ложными, им не могут быть предписаны истинностные значения. Примерами таких утверждений являются выражения

$$P(x): 4 + x = 7;$$

$$P(x, y): 5x - 7y - 20 = 0,$$

которые становятся высказываниями, только когда их переменным присваиваются какие-либо значения. Так, выражение

$$P(3): 4 + 3 = 7$$

является высказыванием, и это высказывание истинно. Выражение

$$P(1): 4 + 1 = 7$$

также является высказыванием, но это высказывание ложно.

В связи с такими особенностями системы аксиом математических теорий нельзя было формализовать средствами предикатов традиционной логики. Поэтому современная логика рассматривает предикацию как частный случай функциональной зависимости.

Формально предикатом называется выражение (комбинация знаков), содержащее знаки переменных, которое превращается в высказывание, если вместо знаков переменных поставить надлежащим образом выбранные имена предметов. Например, подстановка значения 0 вместо знака переменной x в предикате

$$P(0): \frac{7+3}{0} = 10$$

не является допустимой в связи с соответствующими ограничениями, налагаемыми на операцию деления. В то же время подстановка значения 2 в предикат

$$P(2): \frac{7+3}{2} = 10$$

является допустимой, трансформируя его в ложное высказывание. Истинное высказывание данный предикат образует только в случае подстановки в него значения 1:

$$P(1): \frac{7+3}{1} = 10.$$

Предикат с одной переменной называется *одноместным предикатом*. Предикат, имеющий две переменные, называется *двухместным предикатом*, а предикат, имеющий n переменных, называется n-*местным предикатом*. Согласно данному определению предикат $P(x)$ - одноместный, поскольку имеет одну переменную, а предикат $Q(x,y,z)$ - соответственно трехместный.

Количество переменных, от которых зависит предикат, называется местностью предиката и обозначается соответствующим верхним индексом. Например, запись $P^1(x)$ означает, что предикат зависит от одной переменной *x*. Верхний индекс, означающий местность предиката, часто опускается, поскольку из самой записи $P(x_1,\ldots,x_n)$ уже видно, от скольких переменных данный предикат зависит. Для двухместных (бинарных) предикатов также записывают xPy вместо $P(x,y)$ [2,22].

Если подстановка конкретных значений превращает предикат $P(x_1,\ldots,x_n)$ в истинное высказывание, то считают, что этот предикат выполняется, а данный набор переменных удовлетворяет предикату. В подобных случаях записывают $P(x_1,\ldots,x_n)=1$ или просто $P(x_1,\ldots,x_n)$. Если подстановка определенных значений трансформирует предикат $P(x_1,\ldots,x_n)$ в ложное высказывание, то считают, что данный предикат не выполняется. В этом случае записывают $\neg P(x_1,\ldots,x_n)$. Например, если свойство «быть доношенным» обозначить предикатом *P*, а имя субъекта «плод» – знаком *x*, то запись $\neg P(x)$ читается как

«*Неверно, что плод является доношенным*».

Следует отметить, что трансформация выражений, содержащих переменные, в высказывания с определенными истинностными значениями возможна не только путем приписывания данным переменным конкретных значений. Выражения с неопределенными значениями переменных могут являться высказываниями при условии их связывания какими-либо символами. Так, выражение

$$\lim_{x\to 2} x^2 = 4$$

есть истинное высказывание, а не предикативная связь с переменным *x*, поскольку в этом выражении переменная *x* связана символом предела, из-за чего вместо нее нельзя подставить имя какого-либо определенного числа [18]. Например, запись

$$\lim_{10\to 2} 10^2 = 4$$

бессмысленна. В то же время замена символа *x* на символ *y* попрежнему есть истинное высказывание

$$\lim_{y\to 2} y^2 = 4\,.$$

Аналогичными свойствами обладает и переменная интегрирования, связанная знаком интеграла [15]. Связанные переменные перестают играть роль переменных, они лишь служат целям описания тех функциональных зависимостей от свободных переменных, которые необходимо выразить с помощью формулы.

Выражения, подобные

$$\lim_{x \to 2} x^2 \text{ и } \int x^2 dx$$

называют именными формами [20]. Они не содержат утверждений и не позволяют придавать значения связанным переменным, потому не являются ни высказываниями, ни предикатами.

Другое, более строгое определение предикации, тесно связано с теорией множеств и приводится в специальной литературе [22].

Следует подчеркнуть, что предикатное исчисление, даже в современном понимании, все же имеет значительные ограничения на свое использование при формализации многих фактов, в частности, собственно функциональных связей. Поэтому предмет математической логики формально составляет не исчисление предикатов, а исчисление предикатов и функций [20,22].

После определения основных понятий по аналогии с пропозициональным исчислением приведем обзор классического исчисления предикатов первого порядка, позволяющего квантифицировать объекты.

Следуя общим идеям построения логических исчислений, охарактеризуем сначала язык исчисления предикатов.

Алфавит α исчисления предикатов включает множество символов, состоящее из семи частей α_1, α_2, α_3, α_4, α_5, α_6, α_7:

$a_1 = \{x, y, \ldots\}$ - счетное множество предметных переменных;

$a_2 = \{a_0, a_1, \ldots\}$ - конечное или счетное множество констант;

$a_3 = \{P_1^{m_1}, \ldots, P_t^{m_t}\}$ - непустое конечное или счетное множество n-арных предикатных символов;

$a_4 = \{f_1^{n_1}, \ldots, f_t^{n_t}\}$ - конечное или счетное множество n-арных функциональных символов;

$a_5 = \{\neg, \rightarrow, \forall\}$ - логические символы;

$a_6 = \{=\}$ - символ равенства;

$a_7 = \{(,)\}$ - различные виды скобок как вспомогательные символы.

Словами в исчислении предикатов называют конечные упорядоченные последовательности символов из алфавита α. Примером слов алфавита исчисления предикатов являются следующие:

$$\forall x A \rightarrow,\ x = z,\ \forall\forall x \text{ и т.д.}$$

Определение формул в исчислении предикатов дается последовательно, переходя от простых понятий к более сложным: **терм**, **атомная формула**, **формула**, с указанием их **свободных** и **связанных** переменных.

Термы в исчислении предикатов играют роль существительных и местоимений в естественном языке и используются как наименования входящих в какую-либо структуру (физическую или воображаемую) предметов. Такая трактовка термов делает их применимыми к переменным.

Определим формально понятие **терма**:

1. Предметная переменная или символ константы есть терм.
2. Если f – является n-арным функциональным символом и $t_1,\ldots,t_n$ - термы, то выражение $f(t_1,\ldots,t_n)$ есть терм.
3. Других термов, кроме построенных по правилам 1 и 2, нет.

Все вхождения переменных в терм считают свободными, связанных переменных в термах нет. Если в алфавите исчисления функциональные символы отсутствуют, то термы могут быть представлены только предметными переменными или константами.

Подобное задание термов может показаться излишне сложным и даже схоластическим. Однако указанные сложности объясняются стремлением к логической точности и операциональности. В силу этого логики заменили выражения «суждение» и «понятие» выражениями высказывание (пропозиция) и терм (даже не термин, а именно терм) [16].

Теперь определим понятие **атомной формулы**:

1. Если P - n-арный предикатный символ и $t_1,\ldots,t_n$ - термы, то выражение $P(t_1,\ldots,t_n)$ есть атомная формула.
2. Если t_1 и t_2 – термы, то $t_1 = t_2$ есть атомная формула.
3. Других атомных формул, кроме построенных по правилам 1 и 2, нет.

Все вхождения переменных в атомную формулу считают свободными, связанных переменных в атомных формулах нет.

Формулы в классическом исчислении предикатов определяются следующими индукционными правилами:

4. Если A - атомная формула, то она есть формула.

5. Если A – формула, то $\neg A$ есть формула. Если вхождение переменной в формуле A свободно (связано), то соответствующее вхождение этой переменной в $\neg A$ остается свободным (соответственно, связанным).

6. Если A и B – формулы, то $(A \to B)$ – есть формула. Если какое-то вхождение переменной в A или B свободно (связано), то соответствующее вхождение этой переменной в $(A \to B)$ остается свободным (соответственно, связанным).

7. Если A – формула, то $\forall xA$ есть формула. В формуле $\forall xA$ все вхождения переменной x считают связанными квантором $\forall$, вхождения остальных переменных в формуле $\forall xA$ носят тот же характер, что и соответствующие вхождения в A.

8. Других формул, кроме построенных по правилам 1-4, нет.

Слово $\forall xA$ считается областью действия квантора $\forall$ и читается как «*для всех x выполняется A*». Символ $\forall$ называется квантором всеобщности. Этот символ служит аналогом слова «все» и представляет собой перевернутое латинское A, напоминающее о немецком слове «alle» или об английском слове «all» [16]. Переход от формулы A к формуле $\forall xA$ называют операцией связывания переменной квантором всеобщности. Если переменная x не лежит в области действия никакого квантора, тогда она - свободная переменная.

Пусть $A(x)$ – формула и t – терм. Тогда символом $A_x(t)$ обозначают формулу, в которой все вхождения свободных переменных x заменены термом t. Нижний индекс при этом часто опускают. Терм t является правильной подстановкой для переменной $x \in FV(A)$, если не существует переменной $y \in FV(A)$ такой, что x лежит в области действия квантора $\forall y$ в A, т.е. что y станет связанной переменной в $A_x(t)$. Аналогично $A_x(t)$ понимают $A_x(t_1,\ldots,t_n)$.

Множество формул над заданным языком J обозначается FJ. Как и для исчисления высказываний в исчислении предикатов доказаны соответствующие леммы о числе скобок в формуле, о двух формулах и о строении термов и формул [22].

Для сокращенной записи формул в исчислении предикатов также используют дополнительные логические символы конъюнкции, дизъюнкции и квантор существования с введением соответствующих поправок в индукционные правила построения формул:

$$A \wedge B := \neg(A \to \neg B),$$
$$A \vee B := (\neg A \to B),$$
$$\exists x A := \neg \forall x \neg A.$$

Символ $\exists$ называется квантором существования. Этот символ служит аналогом слова «существовать» и представляет собой повернутую в противоположном направлении латинскую букву *E*. Данная буква напоминает о немецком слове «existieren» или об английском слове «to exist» [16].

Формула $\exists x P(x, x_1, \ldots, x_n)$ является сокращением формулы
$$\neg \forall x P(x, x_1, \ldots, x_n),$$
читаемой как «*существует значение x, такое, что выполняется* $P(x, x_1, \ldots, x_n)$».

Формула $\exists! x P(x, x_1, \ldots, x_n)$ есть сокращенная запись формулы
$$\exists x \left[P(x, x_1, \ldots, x_n) \wedge \forall y (P(y, x_1, \ldots, x_n) \to y = x) \right],$$
говорящей о том, что существует единственное значение *x*, такое, что выполняется $P(x, x_1, \ldots, x_n)$.

Множество *LAx* логических аксиом классического исчисления предикатов включает в себя все аксиомы исчисления высказываний и ряд дополнительных формул:

L_1. $\left[A \to (B \to A) \right]$ - утверждение посылки;

L_2. $\left\{ \left[A \to (B \to C) \right] \to \left[(A \to B) \to (A \to C) \right] \right\}$ - самодистрибутивность $\to$;

L_3. $\left[(\neg A \to \neg B) \to (B \to A) \right]$ - контрапозиция;

L_4. $\left[\forall x A(x) \to A(t) \right]$ - удаление $\forall$, где t – терм, допустимый для подстановки вместо x в A;

R_1. $\forall x x = x$ - рефлексивность =;

R_2. $\forall x y (x = y \to y = x)$ - симметричность =;

R_3. $\forall x y z \left[x = y \wedge y = z) \to x = z \right]$ - транзитивность =;

R_p. корректность P относительно (=):
$$\forall x_1 \ldots x_n y_1 \ldots y_n \left\{ (x_1 = y_1 \wedge \ldots \wedge x_n = y_n) \to \left[P(x_1, \ldots, x_n) \to P(y_1, \ldots, y_n) \right] \right\};$$

R_f. корректность f относительно (=):
$$\forall x_1 \ldots x_n y_1 \ldots y_n \left[(x_1 = y_1 \wedge \ldots \wedge x_n = y_n) \to f(x_1, \ldots, x_n) = f(y_1, \ldots, y_n) \right].$$

Как и в исчислении высказываний приведенные формулы представляют собой схемы аксиом. Логические аксиомы получают, подставив конкретные формулы в данные схемы. Первые аксиомы L_1-L_3 исчисления предикатов – это аксиомы исчисления высказываний. Формула вида (L_4) есть аксиома подстановки. Аксиомы R_1-R_3 описывают свойства равенства =, как отношения эквивалентности. Аксиом R_p – столько, сколько предикатных символов, а аксиом R_f – сколько функциональных символов в алфавите α.

Основные дедуктивные правила исчисления предикатов – это уже известное правило modus ponens и правило обобщения

$$r_G : \frac{A(x)}{\forall x A(x)}.$$

Второе правило называется также введение $\forall$. Данное правило содержит условие с ограничениями на его применение. Это условие можно отразить, представив иную формальную запись правила обобщения:

$$r_G : \frac{(B \to A(x))}{(B \to \forall x A(x))}$$ (x не входит свободно в B) [22].

Выводом (доказательством) в исчислении предикатов называется конечная последовательность формул

$$B_1, B_2, \ldots, B_n,$$

такая, что каждая формула B_i есть либо интерпретация одной из аксиом исчисления предикатов, либо непосредственное следствие предыдущих формул, взятых как посылки правил вывода.

Семантика классического исчисления предикатов придает значения символам языка J. При этом определение значений логических формул производится согласно принципу функциональной истинности, формализованному в системе строгих правил [22,30].

Модификацией логики предикатов является многосортная логика, позволяющая описывать более сложные отношения между объектами разных типов. В синтаксисе эти различные типы объектов представлены переменными различных сортов. Модификация языка логики предикатов при этом не является значимой, из-за чего многосортная логика предикатов сохраняет все свойства классической логики. Более того, продемонстрировано, что многосортная логика представима с помощью односортной логики [20,30].

ГЛАВА 2. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО В КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ

2.1. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО: ТРАДИЦИОННОЕ ПОНИМАНИЕ И ФОРМАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Целью и результатом всякого научного и судебно-экспертного исследования является получение выводов по предмету исследования. При этом важным представляется не просто их формулирование, но и их обоснование, доказательство. Процессуальное законодательство (ст. 85 ГПК, ст. 204 УПК), Федеральный закон от 31.05.2001 г. «О государственной судебно-экспертной деятельности» ст. 16 по этому поводу содержит специальное требование о даче «обоснованного и объективного заключения». В этой связи важнейшим в теории судебно-медицинских заключений является понятие доказательства.

В традиционной логике доказательством называется рассуждение, устанавливающее истинность какого-либо утверждения путем приведения других утверждений, истинность которых уже доказана [11,14]. В структуре доказательства различают тезис – утверждение, которое нужно доказать, и основание, или аргументы, - те утверждения, с помощью которых доказывается тезис. Аналогичная доказательству мыслительная процедура, устанавливающая не истинность, а ложность выдвинутого тезиса, называется опровержением.

Доказательство осуществляется с помощью умозаключений. Умозаключение представляет собой совокупность утверждений, называемых гипотезами или посылками, и конечного в последовательности вывода утверждения, называемого заключением. Правильным называется такое умозаключение, заключение которого истинно всякий раз, когда истинны его гипотезы. Формально умозаключения часто представляются в виде

$$\begin{array}{ll} H_1 & \\ \vdots & \text{гипотезы} \\ H_n & \\ \hline \therefore C & \text{заключение} \end{array},$$

где символ $\therefore$ означает «следовательно» [2]. Используя указанную символику, можно сказать, что умозаключение правильно, если всякий раз, когда истинно $H_1 \wedge \ldots \wedge H_n$, то истинно и C.

Поскольку умозаключения в известной мере являются доказательством, в литературе данные термины иногда отождествляются [2]. Однако эти понятия не тождественны. В доказательстве тезис известен заранее и представлен конкретным суждением. Умозаключение же порождает новые знания, причем формальная правильность умозаключения одновременно служит доказательством формулируемых выводов [11]. Отличие доказательства от умозаключения хорошо демонстрирует известная в среде математиков поговорка: «Когда мы видим, что теорема верна, мы начинаем ее доказывать».

В судебной медицине, как и во многих других областях науки, доказательство хотя и является одним из центральных понятий, но не имеет однозначного определения, применимого во всех случаях. Судебно-медицинская экспертная практика и анализ литературы показывают, что часто в понятие доказательства вкладывается более широкий смысл. В частности, оно понимается как любой способ обоснования истинности тезиса. Такое расширительное толкование доказательства обычно используется в рассуждениях, привлекающих для подтверждения выдвинутого положения эмпирический материал или ссылки на типичные в определенном отношении явления. Таковыми, например, являются рассуждения, в которых в качестве аргументов используются данные личного опыта или опыта коллег. К категории подобных рассуждений также относятся умозаключения, основанные на неполной индукции и заключения по аналогии [11]. Фактически при названных мыслительных процедурах исчерпывающее обоснование истинности тезиса не достигается, а лишь придается ему большая или меньшая убедительность.

В этой связи современная логика отказывается от интуитивного или наивного понимания доказательства. В ней рассматривается не доказуемость вообще, а доказуемость в рамках конкретной формальной логической системы с определенными алфавитом, языком, индукционными правилами образования формул, схемами логических аксиом и фиксированными правилами вывода.

Основной характеристикой формальной логической системы, в рамках которой осуществляется доказательство, является ее формальный язык *J*. Язык *J* представляет собой множество, состоящее из специальных символов данной формальной системы, конечного множества символов для логических связок, конечного (возможно, пустого) множества кванторных символов и различных видов скобок в качестве вспомогательных символов.

Синтаксис логической системы, используемой для доказывания, задается множеством формул (слов) FJ выбранного языка и множеством логических правил.

Формулы точно определяются конечными цепочками символов из FJ, составленными согласно определенной последовательности, характер которой зависит от конкретной формальной системы. Правильно сформированная формула – это выражение, которое имеет последовательность формирования.

Некоторые выделенные формулы из FJ называются аксиомами. Под данным термином подразумеваются утверждения, которые не требуют доказательств, поскольку они сразу взяты в качестве основы выбранной формальной теории. Все другие утверждения (теоремы) из FJ, напротив, необходимо доказывать исходя из множества выбранных аксиом.

Правило вывода представляет собой концепцию, позволяющую выводить новые формулы из аксиом и других формул, истинность которых доказана ранее. Согласно формальному определению правило вывода r – это частичная операция на FJ, представленная в виде схемы

$$r: \frac{A_1, \ldots, A_n}{r(A_1, \ldots, A_n)} \ (\text{условия}),$$

где формулы $A_1, \ldots, A_n \in FJ$ являются посылками правила r, а формула $r(A_1, \ldots, A_n) \in FJ$ - непосредственным следствием посылок по данному правилу r. В заключительных скобках приведенной формальной записи указываются условия, при которых можно применять данное правило вывода к формулам $A_1, \ldots, A_n$. Эта часть правила может отсутствовать, если на его использование не накладывается никаких условий. Такие правила принято называть безусловными. Важно, что число посылок у каждого правила всегда конечно, а непосредственное следствие одно.

Конечная совокупность элементов r_i образует некоторое фиксированное множество $R = \{r_i, i = 1, 2, \ldots, n\}$ правил вывода. Все синтаксические выводы реализуются с учетом R, используя формальные доказательства.

Пусть $X \subseteq FJ$ - множество формул. Формальное доказательство формулы $A \in FJ$ из множества X – это конечная цепочка формул

$$X := B_1, \ldots, B_n,$$

где $A := B_n$, и для каждой формулы $B_i, i = 1, \ldots, n$, справедливо следующее утверждение: либо $B_i \in X$, либо она получена из некоторых формул B_j, $j < i$, использующих правило вывода $r \in R$.

Считают, что формула $A \in FJ$ выводима из множества $X \subseteq FJ$, если существует формальное доказательство $A := B_n$.

Добавляя к алфавиту языка новые математические, физические и другие символы и присоединяя к аксиомам дополнительные математические или конкретно-научные принципы, можно получить формальную конкретно-научную теорию *T*. Так как множества логических аксиом и правил вывода всегда фиксированы, то теория *T* однозначно определяется множеством своих специальных аксиом. Как правило, в конкретно-научных теориях в качестве логических используются аксиомы и правила вывода традиционной логики или классической математической логики.

В судебной медицине до настоящего времени доказательство осуществляется согласно интуитивным правилам традиционной и модальной логик [11]. Для приведения же доказательства к формальному виду требуется использование правил вывода классической логики. Тогда при решении каких-либо конкретных судебно-медицинских задач множество *LAx* логических аксиом должно быть расширено множеством специальных аксиом $SAx \in FJ$. Специальные аксиомы вместе с логическими аксиомами $L_1 - L_3$ и правилом modus ponens определяют пропозициональную судебно-медицинскую теорию *T*. Если теория *T* представлена как

$$T = \left\langle LAx = \left\{L_1, L_2, L_3, L_4, R_1, R_2, R_3, R_p, R_f\right\}, SAx, \left\{r_{mp}, r_G\right\}\right\rangle,$$

то *T* – судебно-медицинская теория классического исчисления предикатов. Отсюда формула *A* (конкретное экспертное суждение) доказуема в теории *T*, если существует доказательство (вывод) $B_1, B_2, \ldots, B_n$, в последовательности которого каждая формула B_i есть либо интерпретация одной из логических аксиом, либо специальная аксиома, либо выводима из предыдущих формул, взятых как посылки правил вывода. Только в этом случае можно утверждать, что *A* доказана в теории *T* (или: является теоремой *T*).

2.2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕХНИКИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА: ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ, ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И ПРАВИЛА ВЫВОДА

Одним из центральных в логике высказываний является понятие общезначимой формулы. К разряду общезначимых относятся формулы, которые принимают значение «истина» при любых значениях истинности входящих в них переменных. Синонимами общезначимой формулы являются понятия тождественно истинная формула, логический закон, тавтология. Среди тождественно истинных формул выделяют выполнимые и невыполнимые (тождественно ложные) формулы. Формулы, принимающие значение «ложь» при всех значениях входящих в них переменных, относятся к разряду тождественно ложных. Тождественно ложные формулы – это противоречия. Все формулы логики высказываний, не являющиеся противоречиями, считаются выполнимыми.

Способ, с помощью которого относительно любой логической формулы можно решить, к какому виду формул она относится, называется разрешающей процедурой. Для логики высказываний такими способами являются построение таблиц истинности. Таблицы истинности - это матрицы, в которых содержится ответ на вопрос о том, когда сложное высказывание истинно или ложно. При дальнейшем изложении возможные истинностные значения будут обозначаться константами 1 (истина) и 0 (ложь). Подчеркнем, что введение этой символики не является существенным, поскольку константы могут быть заменены тождественно истинной и тождественно ложной формулами $(x \to x)$ и $\neg(x \to x)$ соответственно.

Сложное высказывание может быть истинным независимо от истинности составляющих его частей. Примером таблицы истинности сложного высказывания является таблица для формулы $p \vee q$:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Приведем в более компактной форме таблицы истинности для высказываний, содержащих основные логические связки.

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\neg$	
0	1
1	0

$\rightarrow$	0	1
0	1	1
1	0	1

$\leftrightarrow$	0	1
0	1	0
1	0	1

Нетрудно заметить, что для унарных логических связок число возможных комбинаций равно 2, а бинарных – 4. В общем случае количество возможных комбинаций истинностных значений сложного высказывания, состоящего из n простых частей, равняется 2^n.

Табличный метод проверки формул логики высказываний освобождает от необходимости построения аксиоматических систем, в которых теоремы обосновываются путем выведения их из системы аксиом. Поэтому таблицы истинности могут использоваться для проверки правильности доказательства. Для этого достаточно показать, что всякий раз, когда посылки истинны, истинно и их следствие. Например, высказываниям $p \rightarrow p$ и $\neg(p \rightarrow p)$ соответствует таблица истинности

Случай	p	$p \rightarrow p$	$\neg(p \rightarrow p)$
1	1	1	0
2	0	1	0

Из таблицы следует, что высказывание $p \rightarrow p$ истинно при всех возможных истинностных значениях переменной p, следовательно, является тавтологией (логическим законом). Словесным примером общезначимой формулы $p \rightarrow p$ может служить следующее предложение: «Если экспертное суждение истинно, то оно истинно». Тавтологичность подобного утверждения очевидна.

Высказывание $\neg(p \rightarrow p)$, напротив, при любых значениях p ложно, следовательно, является противоречием. Таблица истинности также показывает, что, имея логически-истинное высказывание-тавтологию, легко построить логически ложное высказывание-противоречие. Для этого достаточно взять отрицание логически истинного высказывания.

Ввиду увеличения числа возможных комбинаций истинностных значений сложных высказываний, составление таблиц истинности, несмотря на элементарность этого процесса, применяется только для доказательства относительно коротких формул. Длинные формулы, как правило, проще доказывать при помощи логических эквивалентностей, истинность которых, в свою очередь, можно обосновать путем составления таблиц истинности.

Логические формулы $A(x,y,\ldots,z)$ и $B(x,y,\ldots,z)$ называют эквивалентными и обозначают это через $A \equiv B$, если для любых наборов значений переменных $x=a, y=b,\ldots,z=c$ значения формул $A(a,b,\ldots,c)$ и $B(a,b,\ldots,c)$ совпадают.

Эквивалентность формул может быть доказана путем сопоставления их таблиц истинности. Например, докажем указанным способом эквивалентность $x \equiv \neg\neg x$:

Случай	x	$\neg x$	$\neg\neg x$
1	**0**	1	**0**
2	**1**	0	**1**

Эквивалентность длинных логических формул удобнее доказывать по формальным правилам без использования таблиц истинности. Например, доказательство логического закона

$$p \to q \equiv \neg q \to \neg p,$$

именуемого также правилом modus tollens, прямо следует из аксиомы контрапозиции

$$(\neg A \to \neg B) \to (B \to A),$$

если вместо символов A и B взять формулы $\neg p$ и $\neg q$.

В специальной литературе для связки формул, эквивалентность которых доказана путем построения таблиц истинности, иногда используются и другие символы [22].

Приведем наиболее употребительные эквивалентности логики высказываний.

1. $x \equiv \neg\neg x$ - закон двойного отрицания.

2. $(x \wedge y) \equiv (y \wedge x), (x \vee y) \equiv (y \vee x)$ - коммутативность $\wedge$ и $\vee$.

3. $\left[x \wedge (y \wedge z)\right] \equiv \left[(x \wedge y) \wedge z\right], \left[x \vee (y \vee z)\right] \equiv \left[(x \vee y) \vee z\right]$ - ассоциативность $\wedge$ и $\vee$.

4. $\left[(x \wedge y) \vee z\right] \equiv \left[(x \vee z) \wedge (y \vee z)\right], \left[(x \vee y) \wedge z\right] \equiv \left[(x \wedge z) \vee (y \wedge z)\right]$ - дистрибутивность $\vee$ по отношению к $\wedge$, дистрибутивность $\wedge$ по отношению к $\vee$.

5. $x \wedge x \equiv x, x \vee x \equiv x$ - свойство идемпотентности.

6. $x \wedge \neg x \equiv 0$ - закон противоречия.

7. $x \vee \neg x \equiv 1$ - закон исключенного третьего.

8. $(x \to y) \equiv (\neg x \vee y)$ - эквивалентность импликации и дизъюнкции консеквента и отрицания антецедента;

9. $\neg(x \wedge y) \equiv (\neg x \vee \neg y), \neg(x \vee y) \equiv (\neg x \wedge \neg y)$ - законы де Моргана.

10. $[(x \wedge y) \vee x] \equiv x, [(x \vee y) \wedge x] \equiv x$ - законы поглощения.

Применение эквивалентностей значительно облегчает процесс доказательства. Правильность выводов, полученных подобным путем, подтверждает лемма о взаимозаменяемости эквивалентных формул [22]. В качестве примера использования эквивалентных формул в процессе доказательства приведем последовательность вывода формулы сложного высказывания

$$\{(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge \neg r\} \to \neg p .$$

№	Утверждение	Способ получения
1	$\neg p \vee q$	Предположение
2	$\neg q \vee r$	Предположение
3	$\neg r$	Предположение
4	$q \to r$	Эквивалентность $\neg q \vee r \equiv q \to r$
5	$p \to q$	Эквивалентность $\neg p \vee q \equiv p \to q$
6	$\neg r \to \neg q$	4 и правило modus tollens
7	$\neg q$	3,6 и правило modus ponens
8	$\neg q \to \neg p$	5 и правило modus tollens
9	$\neg p$	7,8 и правило modus ponens

В то же время при помощи таблиц истинности можно доказать ложность утверждения, чего правила вывода сделать не позволяют. В качестве примера докажем ложность эквивалентности

$$(p \to q) \equiv (q \to p).$$

Для этого составим таблицу истинности, из которой следует, что анализируемая эквивалентность истинна только в тех случаях, когда p и q имеют одинаковые истинностные значения:

Случай	p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \equiv (q \to p)$
1	**1**	**1**	1	1	**1**
2	1	0	0	1	0
3	0	1	1	0	0
4	**0**	**0**	1	1	**1**

Так же, как и в логике высказываний, в логике предикатов доказана лемма о взаимозаменяемости эквивалентных формул [22]. Логика предикатов включает все эквивалентности логики высказываний и значительное количество собственных эквивалентностей.

Приведем наиболее употребительные эквивалентности логики предикатов, связанные с кванторами:

$$\forall x A(x) \vee B \equiv \forall x[A(x) \vee B],\ \forall x A(x) \wedge B \equiv \forall x[A(x) \wedge B],$$

$$\exists x A(x) \vee B \equiv \exists x[A(x) \vee B],\ \exists x A(x) \wedge B \equiv \exists x[A(x) \wedge B].$$

Важно подчеркнуть, что в каждой из четырех приведенных выше эквивалентностей формула B не должна содержать свободных вхождений x. Указанные эквивалентности свидетельствуют о том, что кванторы можно «выносить» и «распределять» относительно $\vee$ и $\wedge$, если один из членов дизъюнкции и конъюнкции не зависит от переменной, которая связывается квантором.

Если оба члена дизъюнкции зависят от связываемой переменной, то квантор $\forall$ можно «выносить», но не «распределять»:

$$\forall x A(x) \vee B(x) \equiv \forall x[A(x) \vee B(x)],$$

$$\neg\{\forall x[A(x) \vee B(x)] \equiv \forall x A(x) \vee \forall x B(x)\}.$$

Аналогично квантор $\exists$ по отношению к конъюнкции можно «распределять», но не «выносить»:

$$\exists x[A(x) \wedge B(x)] \equiv [\exists x A(x)] \wedge [\exists x B(x)],$$

$$\neg\{[\exists x A(x) \wedge \exists x B(x)] \equiv \exists x[A(x) \vee B(x)]\}.$$

Доказаны также эквивалентности, связанные с перестановкой кванторов:

$$\forall x \forall y A(x,y) \equiv \forall y \forall x A(x,y),\ \exists x \exists y A(x,y) \equiv \exists y \exists x A(x,y),$$

$$\exists x \forall y A(x,y) \equiv \forall y \exists x A(x,y),\ \neg\{\forall y \exists x A(x,y) \equiv \exists x \forall y A(x,y)\}$$

и отражающие связи отрицания с кванторами:

$$\neg\forall x A(x) \equiv \exists x \neg A(x),\ \neg\exists x A(x) \equiv \forall x \neg A(x).$$

Кроме того, если переменная y отлична от всех переменных формулы $\forall x A(x)$, то имеют место эквивалентности:

$$\forall x A(x) \equiv \forall y A(y),\ \exists x A(x) \equiv \exists y A(y).$$

Таким образом, взаимозаменяемость эквивалентных формул значительно облегчает процесс доказательства. Кроме эквивалентностей основным средством получения новых формул в формальных логических системах являются правила вывода.

Классическая логика включает две формальные логические системы: исчисление высказываний и исчисление предикатов и функций. В исчислении высказываний допустимым правилом вывода является только правило modus ponens:

$$r_{mp} : \frac{A, A \to B}{B}.$$

Данное правило, название которого идет от Аристотеля, представляет собой разновидность условно-категорического умозаключения, состоящего из двух посылок, одна из которых является условным суждением, а вторая – категорическим суждением.

Всего различают четыре разновидности (модуса) условно-категорического суждения:

$$1)\ \frac{A, A \to B}{B}; \qquad 3)\ \frac{B, A \to B}{A};$$

$$2)\ \frac{\neg B, A \to B}{\neg A}; \qquad 4)\ \frac{\neg A, A \to B}{\neg B}.$$

Установим истинность или ложность указанных разновидностей условно-категорического суждения. Для этого представим каждый модус в форме сложного высказывания, обозначив буквами p и q соответственно формулы A и B, входящие в формальные записи модусов, и построим соответствующие таблицы истинности. В качестве примера возможных интерпретаций формул модусов в терминах естественного языка рассмотрим следующие высказывания:

p: *вред здоровью опасен для жизни*;

q: *вред здоровью тяжкий*.

В приведенных обозначениях модус 1) принимает вид

$$\{p \wedge (p \to q)\} \to q$$

или

Если вред здоровью опасен для жизни, то он тяжкий
<u>*Вред здоровью опасен для жизни*</u>
$\therefore$ *Вред здоровью тяжкий*

Модусу 1) соответствует таблица истинности

№	p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	$\{p \wedge (p \to q)\} \to q$
1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	1
3	0	1	1	0	1
4	0	0	1	0	1

Модусу 2) соответствуют формальная запись

$$\{\neg q \wedge (p \rightarrow q)\} \rightarrow \neg p,$$

языковая конструкция

Если вред здоровью опасен для жизни, то он тяжкий
<u>*Вред здоровью не тяжкий*</u>
$\therefore$ *Вред здоровью не опасен для жизни*

и таблица истинности

№	p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \wedge (p \rightarrow q)$	$\{\neg q \wedge (p \rightarrow q)\} \rightarrow \neg p$
1	1	1	0	0	1	0	1
2	1	0	0	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1	1	1

Модусу 3), именуемому л о ж н о й к о н в е р с и е й, соответствуют формальная запись

$$\{q \wedge (p \rightarrow q)\} \rightarrow p,$$

языковая конструкция

Если вред здоровью опасен для жизни, то он тяжкий
<u>*Вред здоровью тяжкий*</u>
$\therefore$ *Вред здоровью опасен для жизни*

и таблица истинности

№	p	q	$p \rightarrow q$	$q \wedge (p \rightarrow q)$	$\{q \wedge (p \rightarrow q)\} \rightarrow p$
1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	1
3	0	1	1	1	**0**
4	0	0	1	0	1

Модусу 4) соответствуют формальная запись

$$\{\neg p \wedge (p \rightarrow q)\} \rightarrow \neg q,$$

языковая конструкция

Если вред здоровью опасен для жизни, то он тяжкий
<u>*Вред здоровью не опасен для жизни*</u>
$\therefore$ *Вред здоровью не тяжкий*

и таблица истинности

№	p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg p \wedge (p \rightarrow q)$	$\{\neg p \wedge (p \rightarrow q)\} \rightarrow \neg q$

1	1	1	0	0	1	0	1
2	1	0	0	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1	1	**0**
4	0	0	1	1	1	1	1

Анализ таблиц истинности показывает, что среди перечисленных разновидностей модусы 3) и 4) при истинности посылок могут давать ложные заключения. Модусы 1) и 2) являются правильными умозаключениями, поскольку они при истинности посылок дают истинные заключения. Модус (1) называется modus ponens (утверждающим), модус (2) - modus tollens (отрицающим).

Следует обратить внимание, что правила modus ponens и modus tollens приводят к истинным заключениям во всех случаях, а не только при истинности посылок. Обобщая, важно отметить, что любое умозаключение

$$(H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_n) \to C,$$

являющееся правильным независимо от истинности посылок $H_1, \ldots, H_n$, есть тавтология. При этом порядок следования посылок не является существенным, поскольку ввиду свойства коммутативности логической операции конъюнкции

$$H_1 \wedge H_2 \equiv H_2 \wedge H_1.$$

Итак, правила modus ponens и modus tollens представляют собой логические законы. Учитывая необходимость минимизации допустимых правил вывода и эквивалентность

$$p \to q \equiv \neg q \to \neg p,$$

в качестве формального правила вывода выбрано только правило modus ponens. Правило modus tollens выводимо из правила modus ponens в классических логических исчислениях.

В исчислении предикатов помимо расширения списка схем аксиом имеет место введение дополнительного правила вывода:

$$r_G : \frac{(B \to A(x))}{(B \to \forall x A(x))} \text{ (x не входит свободно в B).}$$

Отсюда выводом (доказательством) в исчислении предикатов называется конечная последовательность формул, такая, что каждая формула есть либо интерпретация одной из аксиом исчисления предикатов, либо непосредственное следствие предыдущих формул, взятых как посылки правил modus ponens или обобщения.

2.3. ВЫВОД ИЗ ГИПОТЕЗ В ЛОГИЧЕСКИХ ИСЧИСЛЕНИЯХ

В логике, как и в математике, а также в других науках, весьма распространены рассуждения, основанные на положениях, выдвигаемых в качестве предварительного, условного объяснения некоторого явления. Такие предположения носят название гипотез. Процедура гипотетического рассуждения заключается в рассмотрении последствий некоторых утверждений, принятых в виде гипотез. Наиболее частой разновидностью гипотетического рассуждения является метод приведения к абсурду, предусматривающий выдвижение заведомо ложной посылки с последующей дедукцией следствий, противоречащих хорошо известным фактам или истинным утверждениям.

В целях демонстрации данного способа рассуждения докажем верность умозаключения, называемого правилом силлогизма:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \hline \therefore p \to r. \end{array}$$

Для этого попытаемся свести рассмотрение к случаю, когда заключение ложно, а посылки истинны. Если $p \to r$ ложно, то p должно быть истинно и r ложно. Поскольку r ложно, то из истинности $q \to r$ следует, что q ложно. Если q ложно и $p \to q$ истинно, то p должно быть ложно. Но поскольку p ложно, и q ложно, то $p \to r$ истинно, что невозможно. Иными словами мы приходим к противоречию с тем, что заключение силлогизма ложно, а все посылки истинны. Таким образом, правило силлогизма истинно. Проверим правильность приведенного гипотетического рассуждения с помощью таблицы истинности:

Случай	p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
1	1	1	1	**1**	**1**	**1**
2	1	0	0	0	1	0
3	1	0	1	0	1	1
4	1	1	0	1	0	0
5	0	0	1	**1**	**1**	**1**
6	0	1	0	1	0	1
7	0	1	1	**1**	**1**	**1**
8	0	0	0	**1**	**1**	**1**

Таблица показывает, что, когда истинны посылки силлогизма (а это имеет место в случаях 1,5,7 и 8), истинно также и заключение, а само умозаключение является правильным.

В качестве одной из возможных естественно-языковых интерпретаций правила силлогизма рассмотрим совокупность следующих посылок:

p: *масса плода ниже гестационной нормы*;

q: *плод является недоношенным*;

r: плод является незрелым.

В приведенных обозначениях силлогизм принимает вид

Если масса плода ниже гестационной нормы, то он недоношенный
<u>*Если плод недоношенный, то он незрелый*</u>
$\therefore$ *Если масса плода ниже гестационной нормы, то он незрелый*

В логике гипотетическое рассуждение означает добавление к уже выбранным аксиомам некоторого исчисления T какого-то количества формул (обычно конечного) и последующее рассмотрение нового, более богатого аксиомами исчисления. При этом стараются в дальнейшем, если это возможно, освободиться от данных гипотез.

Если Г – некоторое конечное множество формул из FJ, то выражение вида $\Gamma \vdash_T A$ называется секвенцией. При этом формулы из множества Г называются гипотезами или посылками, а формула A – следствием данной секвенции. В случае пустого множества гипотез Г секвенцию $\vdash_T A$ именуют простой [22].

В терминах естественного языка секвенцию $\Gamma \vdash_T A$ интерпретируют следующим образом: в исчислении T из гипотез Г выводится формула A. Тогда простая секвенция $\vdash_T A$ читается так: формула A выводима в исчислении T. Помимо указанных допустима также секвенция вида $\Gamma \vdash_T$, обозначающая, что множество выводимых из гипотез Г в исчислении T формул пусто, и прочитываемая следующим образом: система формул Г противоречива.

Для формализации гипотетических рассуждений логика использует понятие выводимости из гипотез Г в исчислении T, где Г – некоторое конечное множество формул. Наиболее простое определение выводимости из гипотез в исчислениях формулируется следующим образом [22].

Выводом из гипотез Г в исчислении T, заданном схемами аксиом A и правилами вывода R, называют конечную последовательность формул

$$C_1, C_2, \ldots, C_p,$$

такую, что для каждого $i(1 \leq i \leq p)$ формула C_i есть либо аксиома из A, либо одна из формул Г, либо непосредственное следствие предыдущих формул, взятых как посылки одного из правил вывода из R, при условии их соответствия ограничениям, налагаемым на применение этого правила.

Более сложное формальное определение вывода из гипотез в исчислениях связано с выделением из множества Г тех гипотез, которые по существу участвуют в выводе формулы C_p [22]. Множество таких гипотез называют обоснованием C_p в выводе и говорят, что в этом выводе формула C_p зависит от этих гипотез.

Таким образом, формула *A* называется выводимой из гипотез Г в исчислении *T* с обозначением этого обстоятельства через $\Gamma \vdash_T A$, если существует вывод из гипотез Г в *T*, оканчивающийся этой формулой. В этом случае секвенцию $\Gamma \vdash_T A$ считают выводимой в *T*. Данное определение применимо как в исчислении высказываний, так и в исчислении предикатов и функций.

В металогике доказаны важные теоремы, фиксирующие глубокую связь между выводимыми и тождественно истинными формулами в исчислениях и называющиеся теоремами адекватности [22]. Для классической логики теоремы адекватности имеют следующие обобщенные формулировки:

1. Секвенция $\vdash A$ выводима тогда, и только тогда, когда формула *A* является тождественно истинной.

2. Секвенция $\Gamma \vdash A$ выводима тогда и только тогда, когда формула *A* всегда принимает значение 1 при тех наборах значений переменных, при которых значение всех формул из Г равно 1.

Применительно к приведенному выше примеру теоремы адекватности означают, что силлогизм $p \to r$ всегда правильный, если истинны его посылки $p \to q$ и $q \to r$. Если хотя бы одна из этих посылок ложна, то заключение $p \to r$ может быть как истинным (случаи 3 и 6), так и ложным (случаи 2 и 4).

В рассмотренной естественно-языковой конструкции силлогизма, в частности, ложной является посылка $p \to q$, поскольку на самом деле не каждый плод со сниженной массой тела является недоношенным. При этом заключение силлогизма может быть как истинным (случай 3), так ложным (случай 2).

2.4. ТЕХНИКА ЕСТЕСТВЕННОГО ВЫВОДА

Нахождение в логических исчислениях различных выводов и выводов из гипотез является весьма трудоемким процессом. Выводы даже простых логических формул получаются очень громоздкими и весьма непохожими на обычные способы рассуждения. В этой связи подобное понятие вывода в исчислениях используется главным образом в теоретических исследованиях. Практически же выводимость формул и секвенций устанавливается с помощью специально подобранных допустимых вспомогательных правил вывода, относящихся непосредственно к секвенциям. С их помощью можно установить, что секвенция выводима, не строя для нее вывод в логическом исчислении. Указанные правила уже близко соответствуют обычной практике рассуждения, что существенно облегчает процесс доказательства. Набор этих правил называется *техникой естественного вывода* [20].

Теорема о дедукции является ключевым фактом в технике естественного вывода и имеет формулировку

$$\text{если } \Gamma, A \vdash B, \text{ то } \Gamma \vdash A \to B.$$

Теорема о дедукции утверждает, что для установления импликации $\Gamma \vdash A \to B$ достаточно показать $\Gamma, A \vdash B$, что часто бывает гораздо проще. На практике этому соответствует следующий пример рассуждения. Если нужно в некоторой ситуации установить, что $A \to B$, то *допустим (введем гипотезу)*, что A верно, и докажем B, исходя из этой гипотезы.

Следующие правила - *структурные правила* техники естественного вывода, допустимы для любого исчисления T:

1) закон тождества:

$$\Gamma, A \vdash A;$$

2) правило добавления:

$$\text{если } \Gamma \vdash A, \text{ то } \Gamma, B \vdash A;$$

3) правило перестановки:

$$\text{если } \Gamma_1, B, C, \Gamma_2 \vdash A, \text{ то } \Gamma_1, C, B, \Gamma_2 \vdash A;$$

4) правило сокращения:

$$\text{если } \Gamma_1, B, B, \Gamma_2 \vdash A, \text{ то } \Gamma_1, B, \Gamma_2 \vdash A;$$

5) правило сечения:

$$\text{если } \Gamma_1 \vdash A \text{ и } \Gamma_2, A \vdash B, \text{ то } \Gamma_1, \Gamma_2 \vdash B.$$

Следующую группу образуют *логические правила* техники естественного вывода. Для каждой логической связки и квантора существует своя группа правил, каждая из которых делится на два вида: правила введения, указывающие, как доказывать формулу с данным логическим символом, и правила удаления, указывающие, как использовать формулу с данным логическим символом для доказательства других формул.

1) Импликация:

введение: если $\Gamma, A \vdash B$, то $\Gamma \vdash A \to B$,
удаление: если $\Gamma \vdash A$ и $\Gamma \vdash A \to B$, то $\Gamma \vdash B$;

2) Конъюнкция:

введение: если $\Gamma \vdash A$ и $\Gamma \vdash B$, то $\Gamma \vdash A \wedge B$,
удаление: если $\Gamma, A, B \vdash C$, то $\Gamma\ A \wedge B \vdash C$;

3) Дизъюнкция:

введение: если $\Gamma \vdash A$, то $\Gamma \vdash A \vee B$,
удаление: если $\Gamma, A \vdash C$ и $\Gamma, B \vdash C$, то $\Gamma, A \vee B \vdash C$;

4) Отрицание:

введение: если $\Gamma, A \vdash B$ и $\Gamma, A \vdash \neg B$, то $\Gamma \vdash \neg A$,
удаление: если $\Gamma \vdash \neg\neg A$, то $\Gamma \vdash A$;

5) Общность:

введение: если $\Gamma \vdash A(y)$, то $\Gamma \vdash \forall x A(x)$,
удаление: если $\Gamma \vdash \forall x A(x)$, то $\Gamma \vdash A(x \| t)$;

6) Существование:

введение: если $\Gamma \vdash A(x \| t)$, то $\Gamma \vdash \exists x A(x)$,
удаление: если $\Gamma, A(y) \vdash C$, то $\Gamma, \exists x A(x) \vdash C$;

7) Эквивалентность:

введение: если $\Gamma, A \vdash B$ и $\Gamma, B \vdash A$ то $\Gamma \vdash A \equiv B$,
удаление: если $\Gamma \vdash A$ и $\Gamma \vdash A \equiv B$, то $\Gamma \vdash B$.

Правила введения и удаления импликации, конъюнкции, дизъюнкции, отрицания и эквивалентности допустимы для любого логического исчисления. Правила введения и удаления кванторов допустимы для исчисления предикатов и функций. При этом в правиле введения квантора всеобщности y не входит свободно в Γ, и если x отлично от y, то x не входит свободно в $A(y)$. В правиле удаления квантора существования y не входит свободно в Γ и C, и если x отлично от y, то x не входит свободно в $A(y)$, $A(x)$ есть $A(y \| x)$.

Структурные и логические правила означают, что если дан вывод для секвенции-антецедента, то можно построить вывод и для секвенции-консеквента.

Доказательства теоремы о дедукции, а также структурных и логических правил вывода достаточно сложны, при необходимости с ними можно ознакомиться в специальной литературе [20,22].

Некоторые из логических правил естественного вывода имеют собственные названия в традиционной логике. Например, способ рассуждений, формализованный в правиле удаления дизъюнкции, носит название «доказательство разбором случаев».

Данный метод доказательства представляет собой логически правильное рассуждение, когда от нескольких посылок, каждое из которых по своей структуре является условным высказыванием, имеющих одинаковое следствие, осуществляется переход к утверждению этого следствия путем установления того, что по меньшей мере одно из оснований условных высказываний истинно. В наиболее простом случае разбор случаев сводится к умозаключению

$$\begin{array}{rc} & p \to r \\ & q \to r \\ & \underline{p \vee q} \\ \therefore & r \end{array},$$

например:

Если вред здоровью опасен для жизни, то он тяжкий
Если вред здоровью вызвал потерю органа, то он тяжкий
<u>Причиненный вред опасен для жизни или вызвал потерю органа</u>
Причиненный вред здоровью тяжкий

Более сложные формы доказательства разбором случаев включают не две, а большее число альтернатив (так, полный перечень квалифицирующих признаков тяжкого вреда здоровью включает 11 возможных альтернатив).

Наиболее простая форма доказательства разбором случаев в традиционной логике называется простой конструктивной дилеммой. Более сложные формы подобных умозаключений, включающие больше двух условных высказываний, именуются трилеммой, тетралеммой, полилеммой [14].

Правило удаления квантора существования соответствует обычному приему рассуждения, называемому правилом единичного выбора. Данный способ рассуждения распространен в математике, суть его сводится к следующему [22]. Пусть $\exists xA(x)$ и необходимо вывести C. Если существует x такое, что $A(x)$, то можно рассмотреть (выбрать) одно из таких x. Обозначим его через y. Для этого y верно $A(y)$. Отсюда для доказательства $\exists xA(x) \vdash C$ достаточно вывести формулу C из $A(y)$.

Правило введения отрицания в традиционной логике имеет название «сведение к абсурду». По своей сути это рассуждение, показывающее ошибочность какого-то положения путем выведения из него противоречия.

Приведенные сведения позволяют перейти к формальному определению понятий, связанных с техникой естественного вывода.

Итак, выражение вида

$$r:\frac{\Sigma_1,\ldots,\Sigma_p}{\Sigma} \quad \text{(условия)},$$

где $\Sigma_1,\ldots,\Sigma_p$ и Σ - некоторые секвенции, называется допустимым в исчислении T правилом вывода, если в T из выводимости секвенций $\Sigma_1,\ldots,\Sigma_p$ следует выводимость секвенции Σ. Аналогично обычным правилам вывода секвенции $\Sigma_1,\ldots,\Sigma_p$ называются посылками правила R, а секвенция Σ - непосредственным следствием посылок по данному правилу R.

Секвенциональный вывод есть последовательность секвенций

$$\Sigma_1,\ldots,\Sigma_n,$$

такая, что для каждого $i(1 \le i \le p)$ секвенция Σ_i есть либо выводимая в T секвенция, либо непосредственное следствие предыдущих секвенций, взятых как посылки одного из допустимых в T правил вывода. Для секвенционального вывода $\Sigma_1,\ldots,\Sigma_n$ последнюю секвенцию Σ_n также считают выводимой в T.

Имея некоторый секвенциональный вывод всегда можно восстановить и вывод последней секвенции. Для этого нужно везде, где использовалось какое-либо допустимое правило вывода, вставить его вывод. С этой точки зрения каждая секвенция в секвенциональном выводе $\Sigma_1,\ldots,\Sigma_n$ заменяет собой некоторый фрагмент. Собирая такие фрагменты-выводы для секвенций, в итоге получают вывод последней секвенции. На протяжении всего процесса «сборки» необходимо следить, чтобы при стыковке фрагментов не нарушались условия применимости каждого допустимого в исчислении T правила вывода.

Кроме теоремы о дедукции, фиксированных структурных и логических правил в технике естественно вывода можно использовать и другие секвенции, выводимости которых уже установлены, или иные допустимые правила. Таковыми, например, являются закон противоречия $\vdash \neg(A \wedge \neg A)$ и закон исключенного третьего $\vdash (A \wedge \neg A)$ и многие другие [14,16,22].

Таким образом, в терминах естественного языка доказательство можно определить как последовательность утверждений, каждое из которых истинно в силу одной из следующих причин:

1) по предположению;
2) по аксиоме или определению;
3) по ранее доказанной теореме или лемме;
4) выведено из предыдущих утверждений;
5) логически эквивалентно предыдущему утверждению.

В большинстве доказательств, даже математических утверждений, логическая структура вывода специально не описывается. Обычно предполагается, что логику можно отследить без посторонней помощи, а ее детальное рассмотрение неизбежно усложнило бы сам процесс доказательства.

Заметим, что существуют формулировки логических исчислений, эквивалентные классическим, где в основу положены правила типа правил техники естественного вывода. Это так называемые исчисления натурального вывода и исчисления секвенций [20]. Таким исчислениям отводится важная роль в современной теории доказательств.

ГЛАВА 3. СУДЕБНО-МЕДИЦИНСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

3.1. ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ В СУДЕБНОЙ МЕДИЦИНЕ

После изложения теоретических основ перейдем к практическому построению конкретных судебно-медицинских пропозициональных теорий. В качестве формальной логической системы строящихся пропозициональных теорий примем классическое исчисление высказываний с изложенными выше особенностями его алфавита, индукционными правилами построения формул, схемами множества *LAx* логических аксиом и правилом modus ponens. При построении формул пропозициональных теорий будем использовать связки отрицания, импликации, конъюнкции и дизъюнкции с внесением соответствующих дополнений в индукционные правила построения формул. Применение скобок примем как тривиальное. Собственно пропозициональные теории, ориентированные на решение конкретных научно-практических задач, будем получать путем расширения множества *LAx* логических аксиом исчисления высказываний множеством *SAx* специальных аксиом.

Построение судебно-медицинских пропозициональных теорий продемонстрируем на примерах формализации процедур определения живорождения и мертворождения и определения степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека. Как известно, решение этих задач базируется на выборе отвечающих случаю высказываний-критериев, содержащихся в соответствующих нормативных положениях. В основе этих положений лежит принцип «если …, то …» условных высказываний, в соответствии с которым реализация определенного условия обязательно сопровождается конкретным следствием.

В свете рассматриваемых нормативных положений условиями являются результаты регистрации конечного множества медицинских критериев соответственно живорождения и квалифицирующих признаков вреда здоровью. Следствиями в данных примерах будут положительные или отрицательные решения о наличии определенного анализируемого состояния (живорождения или мертворождения) и установление конкретной степени вреда, причиненного здоровью человека. Таким образом, регистрация каждого медицинского критерия обеих аксиоматических систем подразумевает указание одного из двух взаимоисключающих состояний: наличие критерия или его отсутствие. Простота анализируемых нормативных положений и двузначный принцип присвоения истинностных значений составляющим их медицинским критериям, делают возможной их формализацию путем построения соответствующих конкретно-научных пропозициональных теорий.

В рамках каждой пропозициональной теории рассмотрим технику вывода логических формул (доказательств новых утверждений). Реализацию изложенных положений начнем с формализации системы действующих критериев живорождения и мертворождения, предназначенных для четкого разграничения на практике указанных состояний плода.

В прошлом длительное время единственным критерием живорождения считалось внеутробное дыхание плода [4]. Новые определения живорождения и мертворождения содержатся в приказе Министерства здравоохранения РФ № 318 и постановлении Государственного комитета РФ по статистике № 190 от 04 декабря 1992 г. «О переходе на рекомендованные Всемирной организацией здравоохранения критерии живорождения и мертворождения». Охарактеризуем в соответствии с указанными нормативными актами множество символов алфавита α формальной системы критериев живорождения и мертворождения. В этом случае конечное множество переменных высказывания образуют следующие элементы:

p – плод полностью изгнан или извлечен из организма матери;

q – плод дышит;

r – у плода имеется сердцебиение;

s –пульсирует пуповина плода;

t – у плода имеются произвольные движения мускулатуры;

α – плод является живорожденным;

β – плод является мертворожденным.

Перед дальнейшим рассмотрением необходимо также дать определение первичного понятия «плод», которое отсутствует в названных нормативных актах. В целях исключения возможных противоречий с формализованными элементарными высказываниями указанным термином целесообразно обозначать любой продукт зачатия, у которого сформированы и готовы хотя бы к кратковременному внеутробному функционированию перечисленные анатомические структуры (сердце, легкие, пуповина, скелетная мускулатура).

В соответствии с приведенной формулировкой к классу плодов не принадлежат клеточные образования доимплантационного периода (половые клетки родителей, морула, зигота, бластоциста), зародыши на стадиях имплантации и плацентации, эмбрионы, а также плоды раннефетального периода антенатального развития [25]. Вместе с тем данному определению соответствуют плоды средне – и позднефетального периодов развития, которые в соответствии с действующими нормативными актами подлежат выхаживанию в случаях живорождения и обязательному патоморфологическому исследованию (патологоанатомическому или судебно-медицинскому) в случаях мертворождения или постнатальной гибели [4,25].

После определения первичных понятий и множества переменных высказывания перейдем к формализации действующих принципов регистрации живорождения и мертворождения. Для этого сформируем множество специальных аксиом *SAx*, состоящее из двух утверждений.

Аксиома 1. Живорождением называется полное изгнание или извлечение продукта зачатия из организма матери вне зависимости от продолжительности беременности, причем плод после такого отделения дышит или проявляет другие признаки жизни, такие, как сердцебиение, пульсация пуповины или произвольные движения мускулатуры, независимо от того, перерезана ли пуповина и отделилась ли плацента:

$$p \wedge (q \vee r \vee s \vee t) \rightarrow \alpha .$$

Аксиома 2. Мертворождением является смерть продукта зачатия до его полного изгнания или извлечения из организма матери вне зависимости от продолжительности беременности, при этом на смерть указывает отсутствие у плода после такого отделения дыхания или любых других признаков жизни, таких, как сердцебиение, пульсация пуповины или произвольные движения мускулатуры:

$$p \wedge \neg(q \vee r \vee s \vee t) \rightarrow \beta .$$

Изложенная аксиоматизация завершает формализацию принципов определения живорождения и мертворождения. При этом для любой формулы, доказуемой в данной пропозициональной теории, существует доказательство (вывод), в последовательности которого каждая формула есть либо интерпретация одной из логических аксиом, либо специальная аксиома, либо выводима из предыдущих формул, взятых как посылки правила modus ponens.

Рассмотрим технику вывода новых важных утверждений в пропозициональных теориях, в том числе и в рамках формализованных принципов определения живорождения и мертворождения. В частности, из специальной аксиомы 1 выводима формула

$$\neg\alpha \to \neg p \vee (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge \neg t),$$

означающая, что для отрицания живорождения необходимы отсутствие полного изгнания (извлечения) плода из организма матери или отсутствие всех постулированных критериев живорождения. Используя некоторые основные эквивалентности, легко осуществить вывод анализируемой формулы.

№	Утверждение	Способ получения
1	$p \wedge (q \vee r \vee s \vee t) \to \alpha$	Аксиома 1 *SAx*
2	$\neg\alpha \to \neg\{p \wedge (q \vee r \vee s \vee t)\}$	1 и правило modus tollens
3	$\neg\alpha \to \neg p \vee (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge \neg t)$	2 и законы де Моргана

В этом примере доказательство нового утверждения осуществлено без обращения к таблице истинности, построение которой ввиду вхождения в анализируемую формулу пяти высказываний-посылок представляет собой довольно громоздкую процедуру.

Далее, из специальной аксиомы 2 выводима формула

$$\neg\beta \to \neg p \vee q \vee r \vee s \vee t,$$

утверждающая, что необходимым условием отрицания мертворождения является отсутствие полного изгнания (извлечения) плода из организма матери или наличие любого из постулированных критериев живорождения. Последовательность вывода этой формулы приведена ниже.

№	Утверждение	Способ получения
1	$p \wedge \neg(q \vee r \vee s \vee t) \to \beta$	Аксиома 2 *SAx*
2	$\neg\beta \to \neg\{p \wedge \neg(q \vee r \vee s \vee t)\}$	1 и правило modus tollens
3	$\neg\beta \to \neg\{p \wedge (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge \neg t)\}$	2 и законы де Моргана
4	$\neg\beta \to \neg(p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge \neg t)$	3 и ассоциативность $\wedge$
5	$\neg\beta \to \neg p \vee \neg\neg q \vee \neg\neg r \vee \neg\neg s \vee \neg\neg t$	4 и законы де Моргана
6	$\neg\beta \to \neg p \vee q \vee r \vee s \vee t$	5 и закон двойного отрицания

Наиболее важным следствием формальных правил определения живорождения и мертворождения является формула

$$p \to \alpha \vee \beta$$

со следующим семантическим содержанием: «Любой полностью изгнанный или извлеченный из организма матери плод является либо живорожденным, либо мертворожденным». Укажем последовательность вывода данной формулы.

№	Утверждение	Способ получения
1	$p \wedge (q \vee r \vee s \vee t) \to \alpha$	Аксиома 1 *SAx*
2	$p \wedge \neg(q \vee r \vee s \vee t) \to \beta$	Аксиома 2 *SAx*
3	$\neg\alpha \to \neg\{p \wedge (q \vee r \vee s \vee t)\}$	1 и правило modus tollens
4	$\neg\beta \to \neg\{p \wedge \neg(q \vee r \vee s \vee t)\}$	2 и правило modus tollens
5	$\neg(\alpha \vee \beta) \to \neg\{p \vee \neg(q \vee r \vee s \vee$ $\vee t)\} \wedge \neg\{p \vee \neg\neg(q \vee r \vee s \vee t)\}$	3,4 и законы де Моргана
6	$\neg(\alpha \vee \beta) \to \neg p \wedge \{(q \vee r \vee$ $\vee s \vee t) \vee \neg(q \vee r \vee s \vee t)\}$	5 и свойство дистрибутивности $\vee$ по отношению к $\wedge$
7	$\neg(\alpha \vee \beta) \to \neg p \wedge 1$	6 и закон исключенного третьего
8	$\neg(\alpha \vee \beta) \to \neg p$	7 и эквивалентность $x \wedge 1 \equiv x$
9	$p \to \alpha \vee \beta$	8 и правило modus tollens

Эквивалентная выведенному следствию формула

$$\neg(\alpha \vee \beta) \to \neg p$$

означает, что полное изгнание (извлечение) плода из организма матери является необходимым условием для регистрации и живорождения, и мертворождения.

Далее проведем процедуру формализации определения степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека. Первичные понятия данной пропозициональной теории будут определены в соответствии с таковыми, изложенными в Постановлении Правительства Российской Федерации от 17.08.2007 г. № 522 «Об утверждении Правил определения степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека» и Приказе Министерства здравоохранения и социального развития Российской Федерации от 24.04.2008 г. № 194н «Об утверждении медицинских критериев определения степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека». В частности, согласно указанным нормативно-правовым актам под вредом, причиненным здоровью человека, понимается «нарушение анатомической целости и физиологической функции органов и тканей человека в результате воздействия физических, химических, биологических и психогенных факторов внешней среды».

Охарактеризуем множество символов алфавита α анализируемой формальной системы. В этом случае конечное множество переменных высказывания образуют следующие элементы:

a_1 – причиненный вред здоровью по своему характеру создал угрозу для жизни (является опасным для жизни);

a_2 – причиненный вред здоровью вызвал развитие угрожающего жизни состояния;

a_3 – причиненный вред здоровью вызвал потерю зрения;

a_4 – причиненный вред здоровью вызвал потерю речи;

a_5 – причиненный вред здоровью вызвал потерю слуха;

a_6 – причиненный вред здоровью вызвал потерю какого-либо органа или утрату органом его функций;

a_7 – причиненный вред здоровью вызвал прерывание беременности;

a_8 – причиненный вред здоровью вызвал психическое расстройство;

a_9 – причиненный вред здоровью вызвал заболевание наркоманией либо токсикоманией;

a_{10} – причиненный вред здоровью вызвал значительную стойкую утрату общей трудоспособности свыше 30%;

a_{11} – причиненный вред здоровью вызвал полную утрату профессиональной трудоспособности;

b_1 – причиненный вред здоровью вызвал длительное расстройство здоровья (более 21 дня);

b_2 - причиненный вред здоровью вызвал значительную стойкую утрату общей трудоспособности от 10% до 30% включительно;

g_1 - причиненный вред здоровью вызвал кратковременное расстройство здоровья (до 21 дня включительно);

g_2 - причиненный вред здоровью вызвал незначительную стойкую утрату общей трудоспособности (менее 10%);

α – причиненный вред расценивается как тяжкий вред здоровью;

β – причиненный вред расценивается как вред здоровью средней тяжести;

γ – причиненный вред расценивается как легкий вред здоровью.

Заметим, что среди перечисленных элементов множества пропозициональных переменных не упоминается неизгладимое обезображивание лица, поскольку это понятие выходит за рамки анализируемой формальной системы (тяжкий вред здоровью по признаку «неизгладимое обезображивание лица» определяется судом).

Для решения задач определения степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека, расширим множество LAx логических аксиом исчисления высказываний множеством специальных аксиом $SAx \in FJ$. Данное множество SAx образуют 4 аксиомы.

Аксиома 1. Медицинскими критериями квалифицирующих признаков в отношении тяжкого вреда здоровью являются вред здоровью, опасный для жизни человека либо вызвавший развитие угрожающего жизни состояния, либо такие последствия, как потеря зрения, речи или слуха, потеря какого-либо органа или утрата органом его функций, прерывание беременности, психическое расстройство, заболевание наркоманией или токсикоманией, стойкая утрата свыше 30% общей или полная утрата профессиональной трудоспособности:

$$\bigvee_{i=1}^{i=11} a_i \to \alpha .$$

Аксиома 2. Медицинскими критериями квалифицирующих признаков в отношении средней тяжести вреда здоровью являются такие следствия причиненного вреда как длительное расстройство здоровья или стойкая утрата общей трудоспособности от 10% до 30% включительно при отсутствии медицинских критериев квалифицирующих признаков в отношении тяжкого вреда здоровью:

$$\neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=11} a_i\right) \wedge \bigvee_{i=1}^{i=2} b_i \to \beta .$$

Аксиома 3. Медицинскими критериями квалифицирующих признаков в отношении легкого вреда здоровью являются такие следствия причиненного вреда как кратковременное расстройство здоровья или стойкая утрата общей трудоспособности менее 10% при отсутствии медицинских критериев квалифицирующих признаков в отношении тяжкого и средней тяжести вреда здоровью:

$$\neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=11} a_i \vee \bigvee_{i=1}^{i=2} b_i\right) \wedge \bigvee_{i=1}^{i=2} g_i \to \gamma .$$

Аксиома 4. При отсутствии медицинских критериев квалифицирующих признаков вреда здоровью повреждения не расцениваются как вред здоровью:

$$\neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=11} a_i \vee \bigvee_{i=1}^{i=2} b_i \vee \bigvee_{i=1}^{i=2} g_i\right) \rightarrow \neg(\alpha \vee \beta \vee \gamma).$$

Итак, построение пропозициональной теории определения степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека, завершено. Из множества специальных аксиом *SAx* по правилу modus tollens выводимы следующие важные следствия:

$$\neg\alpha \rightarrow \neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=11} a_i\right);$$

$$\neg\beta \rightarrow \bigvee_{i=1}^{i=11} a_i \vee \neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=2} b_i\right);$$

$$\neg\gamma \rightarrow \bigvee_{i=1}^{i=11} a_i \vee \bigvee_{i=1}^{i=2} b_i \vee \neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=2} g_i\right);$$

$$\alpha \vee \beta \vee \gamma \rightarrow \bigvee_{i=1}^{i=11} a_i \vee \bigvee_{i=1}^{i=2} b_i \vee \bigvee_{i=1}^{i=2} g_i,$$

интерпретацию которых в терминах естественного языка читатель может осуществить самостоятельно.

Важно отметить, что любая формальная модель имеет практическую ценность только при условии ее непротиворечивости. Приведенные пропозициональные судебно-медицинские системы, в том виде, в каком они изложены, являются непротиворечивыми. Однако действующий приказ «Об утверждении медицинских критериев определения степени тяжести вреда, причиненного здоровью человека» помимо формализованных нами утверждений, содержит также пункты 6.11.1-6.11.11, в соответствии с которыми к тяжкому вреду здоровья, вызывающему значительную стойкую утрату общей трудоспособности не менее чем на одну треть, независимо от исхода и оказания (неоказания) медицинской помощи, относят следующие повреждения:

«6.11.1. открытый или закрытый перелом плечевой кости: внутрисуставной (головки плеча) или околосуставной (анатомической шейки, под - и чрезбугорковый), или хирургической шейки или диафиза плечевой кости;

6.11.2. открытый или закрытый перелом костей, составляющих локтевой сустав;

6.11.3. открытый или закрытый перелом-вывих костей предплечья: перелом локтевой в верхней или средней трети с вывихом головки лучевой кости (перелом-вывих Монтеджа) или перелом лучевой кости в нижней трети с вывихом головки локтевой кости (перелом-вывих Галеацци);

6.11.4. открытый или закрытый перелом вертлужной впадины со смещением;

6.11.5. открытый или закрытый перелом проксимального отдела бедренной кости: внутрисуставной (перелом головки и шейки бедра) или внесуставной (межвертельный, чрезвертельный переломы), за исключением изолированного перелома большого и малого вертелов;

6.11.6. открытый или закрытый перелом диафиза бедренной кости;

6.11.7. открытый или закрытый перелом костей, составляющих коленный сустав, за исключением надколенника;

6.11.8. открытый или закрытый перелом диафиза большеберцовой кости;

6.11.9. открытый или закрытый перелом лодыжек обеих берцовых костей в сочетании с переломом суставной поверхности большеберцовой кости и разрывом дистального межберцового синдесмоза с подвывихом и вывихом стопы;

6.11.10. компрессионный перелом двух и более смежных позвонков грудного или поясничного отдела позвоночника без нарушения функции спинного мозга и тазовых органов;

6.11.11. открытый вывих плеча или предплечья, или кисти, или бедра, или голени, или стопы с разрывом связочного аппарата и капсулы сустава».

Указанные медицинские критерии приводят к выведению противоречивых утверждений:

$$\neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=11} a_i\right) \wedge \bigvee_{i=1}^{i=2} b_i \to \alpha \text{ и } \neg\left(\bigvee_{i=1}^{i=11} a_i\right) \wedge \bigvee_{i=1}^{i=2} b_i \to \beta .$$

Таким образом, $\vdash \alpha \wedge \neg\alpha$, $\vdash \beta \wedge \neg\beta$. То есть, одновременно выводимы утверждения о причинении вреда здоровью определенной тяжести и их отрицания. В этой связи целесообразной является дальнейшая доработка и изменение редакции этого важного в социальном отношении документа.

3.2. УСТАНОВЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ СУБДУРАЛЬНЫХ ГЕМАТОМ КАК ПРИМЕР ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ПОИСКА НА ОСНОВЕ ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Экспрессивные возможности логики предикатов в полной мере соответствуют потребностям теории и практики судебной медицины. В качестве одного из практических приложений логики предикатов рассмотрим аксиоматическую систему определения источников субдуральных гематом. Актуальность построения названной системы определяется гетерогенностью генеза указанных кровоизлияний и трудностями обнаружения источников большей части из них при всех видах судебно-медицинских экспертных исследований, в том числе и при исследованиях трупов. При этом отсутствие данных об источнике субдуральной гематомы значительно затрудняет или делает невозможным экспертное решение многих вопросов, связанных с необходимостью юридической оценки данной патологии (генез, механизм и давность образования, последовательность образования применительно к множеству ассоциированных повреждений, оценка качества медицинской помощи и т.д.). Между тем, установление источников субдуральных гематом вполне осуществимо логическими средствами при наличии определенного набора данных, легко регистрируемых в ходе судебно-медицинского исследования трупа, а во многих случаях и при медицинском обследовании потерпевшего (людей с субдуральными гематомами).

В соответствии с общими принципами построение аксиоматической системы установления источников субдуральных гематом будет включать определение основных понятий, множеств объектов, алфавита и индукционных правил формирования логических формул системы, описание схем логических и специальных аксиом и правил вывода. В рамках построенной формальной системы рассмотрим технику вывода новых утверждений и их следствий.

Процесс формализации анализируемой диагностической процедуры начнем с определения первичных понятий, к числу которых отнесем понятия анатомической структуры, патологического образования, повреждения и источника субдуральной гематомы. Термин «анатомическая структура» ввиду его интуитивной очевидности оставим без объяснения. Приведем лишь определения остальных первичных понятий.

Патологическое образование - это объемная структура, являющаяся пороком развития или формирующаяся вследствие какого-либо патологического процесса опухолевой, дистрофической, воспалительной или регенераторной природы, а также нарушений циркуляции крови, лимфы или ликвора. К патологическим образованиям относятся, в частности, опухоли, врожденные пороки развития, гематомы, абсцессы, гидромы, гигромы, внутричерепные скопления воздуха, грануляционная ткань, рубцы, аневризмы и варикозные расширения. В аспекте данного определения к патологическим образованиям нельзя отнести патологию, не обладающую свойством объемности (аплазии, врожденные дефекты костей черепа и др.).

В зависимости от своего агрегатного состояния патологические образования могут быть газами (пневмоцефалия), жидкостями (гидрома, гигрома, гидроцефалия, гематома) или твердыми телами (опухоль, рубец).

Повреждение есть нарушение целостности анатомической структуры или ее твердофазного патологического образования. Согласно данному определению, наряду с исключительно травматическими нарушениями тканей головы повреждениями также являются некрозы опухолей, разрывы аневризм и варикозных расширений, капсул подострых и хронических гематом и абсцессов, дефекты трансплантатов. При этом к числу повреждений не относятся какие-либо изменения объема или пространственного расположения внутричерепных скоплений крови, ликвора, воздуха или экссудата. В том случае, если указанные внутричерепные скопления жидкости или газа сопровождаются вторичными нарушениями тканей головы, последние трактуются как повреждения соответствующих анатомических структур.

Источник субдуральной гематомы есть повреждение, вызвавшее кровотечение в субдуральное пространство. Источником субдуральной гематомы может быть повреждение любой анатомической структуры или патологического образования головы.

Объектами формальной системы могут быть только субдуральные гематомы, повреждаемые анатомические структуры или патологические образования. Предметные переменные соответствующего множества формальной системы будем обозначать строчными буквами латинского алфавита: x, y, z и т.п.

Конечное множество предикатных символов строящейся аксиоматической системы включает 16 одноместных, 2 бинарных, тринарный и n-арный предикатные символы.

Одноместные предикаты установлены в соответствии с данными нормальной анатомии человека и нейротравматологии [21,24,32,33,36] и предназначены для формализации свойств объектов аксиоматической системы:

$H(x)$ – x есть внутричерепная субдуральная гематома;

$T(x)$ – x есть какое-либо повреждение;

$E(x)$ – x есть повреждение эпичерепных тканей;

$K(x)$ – x есть повреждение черепа;

$D(x)$ – x есть повреждение внутричерепной твердой мозговой оболочки или анатомической структуры, входящей в ее состав (трансдуральные фрагменты внутренних сонных и позвоночных артерий, черепно-мозговых нервов, грануляций паутинной оболочки);

$V(x)$ – x есть повреждение внеоболочечного сегмента мозговой вены или вены мозжечка;

$L(x)$ – x есть повреждение лептоменинкса;

$C(x)$ – x есть церебральное повреждение;

$\mathrm{E}(x)$ – x есть повреждение патологического образования эпичерепных тканей головы;

$\mathrm{K}(x)$ – x есть повреждение патологического образования черепа;

$\Delta(x)$ – x есть повреждение патологического образования внутричерепной твердой мозговой оболочки или анатомической структуры, входящей в ее состав;

$\Phi(x)$ – x есть повреждение патологического образования поверхностной или глубокой мозговой вены или вены мозжечка;

$\Lambda(x)$ – x есть повреждение патологического образования лептоменинкса;

$\mathrm{Z}(x)$ – x есть повреждение патологического образования головного мозга;

$\mathrm{H}(x)$ – x есть повреждение капсулы субдуральной гематомы;

$J(x)$ - предикатный символ, формализующий свойство субдуральной гематомы x быть подвергнутой оперативному удалению.

Заметим, что в рамках диагностической системы предикатам, формализующим свойство объекта x быть каким-либо повреждением, следует присваивать истинностные значения, равные 1, как при наличии данного повреждения в настоящем, так и в случаях, когда повреждение имелось в прошлом и впоследствии подверглось заживлению. Кроме того, повреждения лептоменинкса или его патологического образования регистрируются по наличию нарушений целости паутинной оболочки или ее патологического образования.

Для краткости условимся записывать $\mathrm{P}(x)$ при наличии у объекта x свойства Р и $\neg\mathrm{P}(x)$ при отсутствии такого свойства.

Неодноместные предикаты отражают все отношения между основными объектами аксиоматической системы, необходимые для решения поставленной научно-практической цели.

$P(x,y)$ - предикатный символ, формализующий свойство объекта x быть источником объекта y. Доказательство выполнимости или невыполнимости предиката $P(x,y)$ на множестве предметных переменных, для которых выполнимы предикаты $T(x)\wedge H(y)$, как раз и является целью построения данной аксиоматической системы.

$I(x,y,z)$ - предикатный символ, формализующий свойство объекта y располагаться между объектами x и z:

$$I(x,y,z)\begin{cases}1, \text{ если } y \text{ располагается между } x \text{ и } z,\\ 0 - \text{в противном случае.}\end{cases}$$

Указанный предикат предназначен для объектов, являющихся какими-либо анатомическими или патологическими образованиями головы. Для выполнимости предиката $I(x,y,z)$ объект y должен пересекать совокупность отрезков, соединяющих любые пары точек, одна из которых принадлежит x, а вторая – z.

$R(x,y)$ - предикатный символ, формализующий особенности локализации объекта x по отношению к объекту y:

$$R(x,y)\begin{cases}1, \text{ если локализация } x \text{ соответствует локализации } y,\\ 0 - \text{в противном случае.}\end{cases}$$

Термин «локализация x соответствует локализации y» означает, что x и y являются составными частями одного раневого канала или одного внутричерепного повреждения (проникающая рана головы, размозжение головного мозга с повреждением лептоменинкса; перелом черепа с разрывом твердой мозговой оболочки, разрыв церебральной артерии с образованием внутримозговой гематомы и ее прорывом в субдуральное пространство, разрыв аневризмы артерии поверхности мозга с массивным субарахноидальным кровоизлиянием и его распространением в субдуральное пространство) или повреждение x контактирует с гематомой y.

$Q(x_1,\ldots,x_n,y)$ - n-арный предикатный символ, формализующий свойство соответствия давности объектов $x_1,\ldots,x_n,y$ друг другу.

$$Q(x_1,\ldots,x_n,y)\begin{cases}1, \text{ если соответствие давности имеется,}\\ 0 - \text{в противном случае.}\end{cases}$$

Термин «соответствие давности объектов $x_1,\ldots,x_n,y$ друг другу» означает, что последовательность образования повреждения x_1, повреждений $x_2,\ldots,x_n$, расположенных между x_1 и субдуральной гематомой y, не исключает возможности выполнимости предиката $P(x_1,y)$. Например, предикат $Q(x_1,\ldots,x_n,y)$ выполняется на множестве повреждений и субдуральной гематомы, образовавшихся вследствие одного травмирующего воздействия (одновременно или в качестве осложнения).

Включим в алфавит строящейся формальной системы также символы кванторов всеобщности и существования, основных и дополнительных логических операций, равенства, а также различные виды скобок. Отметим, что выбранный алфавит не содержит функциональных символов.

В качестве индукционных правил построения формул, схем множеств LAx логических аксиом и правил вывода примем изложенные выше правила и схемы классического исчисления предикатов. Непосредственно формальную систему, ориентированную на установление источников субдуральных гематом, получим путем расширения множества LAx логических аксиом исчисления предикатов множеством SAx специальных аксиом, состоящим из четырех указанных ниже утверждений.

Аксиома 1. Потенциальными источниками субдуральных гематом являются повреждения анатомических структур или патологических образований головы:

$$\forall x,y\{P(x,y)\wedge H(y)\rightarrow E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee V(x)\vee L(x)\vee$$
$$\vee C(x)\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)\}.$$

Аксиома 2. Субдуральная гематома не обладает свойством спонтанного изменения своего расположения по отношению к своему источнику:

$$\forall x,y,z\left\{P(x,y)\wedge H(y)\wedge\neg I(x,z,y)\rightarrow R(x,y)\vee J(y)\right\}.$$

Аксиома 3. Субдуральная гематома всегда ассоциируется с повреждениями всех анатомических структур, расположенных между ней и ее источником:

$$\forall x,y,z\{H(y)\wedge P(x,y)\wedge I(x,z,y)\to T(z)\wedge$$
$$\wedge R(x,z)\wedge(\neg\exists u[I(z,u,y)]\to R(z,y)\vee J(y))\}.$$

Аксиома 4. Давность субдуральной гематомы всегда соответствует давности своего источника, а также всех транзитных повреждений:

$$\forall x,y\{H(y)\wedge P(x,y)\wedge I(x,z,y)\to Q(x,z,y)\}.$$

Изложенная аксиоматизация завершает построение формальной системы определения источников субдуральных гематом. При этом для любой формулы, доказуемой в данной аксиоматической системе, существует вывод, в последовательности которого каждая формула есть либо интерпретация одной из логических аксиом, либо специальная аксиома, либо выводима из предыдущих формул, взятых как посылки правил отделения и обобщения.

В рамках сформулированной аксиоматической системы выводим ряд новых утверждений (следствий).

Следствие 1. При целости анатомических структур, расположенных между субдуральной гематомой и каким-либо повреждением головы, последнее не является источником этой гематомы:

$$\forall x,y,z\{T(x)\wedge H(y)\wedge I(x,z,y)\wedge\neg T(z)\to\neg P(x,y)\}.$$

Доказательство:

1. $\forall x,y,z\{H(y)\wedge P(x,y)\wedge I(x,z,y)\to T(z)\wedge R(x,z)\wedge(\neg\exists u[I(z,u,y)]\to$
$\to R(z,y)\vee J(y))\}$
[специальная аксиома 3].
2. $H(y)\wedge P(x,y)\wedge I(x,z,y)\to T(z)\wedge R(x,z)\wedge(\neg\exists u[I(z,u,y)]\to R(z,y)\vee J(y))$
[1 и правило удаления квантора $\forall$].
3. $T(z)\wedge R(x,z)\wedge(\neg\exists u[I(z,u,y)]\to R(z,y)\vee J(y))\equiv$
$\equiv T(z)\wedge\{R(x,z)\wedge(\neg\exists u[I(z,u,y)]\to R(z,y)\vee J(y))\}$
[ассоциативность $\wedge$].
4. $T(z)\wedge\{R(x,z)\wedge(\neg\exists u[I(z,u,y)]\to R(z,y)\vee J(y))\}\to T(z)$
[3 и правило специализации].
5. $H(y)\wedge P(x,y)\wedge I(x,z,y)\to T(z)$
[2,4 и правило силлогизма].
6. $\neg\{H(y)\wedge P(x,y)\wedge I(x,z,y)\}\vee T(z)$

[5 и эквивалентность импликации].

7. $\{\neg H(y) \vee \neg P(x,y) \vee \neg I(x,z,y)\} \vee T(z)$

[6 и закон де Моргана].

8. $\neg H(y) \vee \neg P(x,y) \vee \neg I(x,z,y) \vee T(z)$

[7 и ассоциативность $\vee$].

9. $\neg H(y) \vee \neg I(x,z,y) \vee T(z) \vee \neg P(x,y)$

[8 и коммутативность $\vee$].

10. $\neg\{H(y) \wedge I(x,z,y) \wedge \neg T(z)\} \vee \neg P(x,y)$

[9 и закон де Моргана].

11. $H(y) \wedge I(x,z,y) \wedge \neg T(z) \to \neg P(x,y)$

[10 и эквивалентность импликации].

12. $T(x) \wedge H(y) \wedge I(x,z,y) \wedge \neg T(z) \to \neg P(x,y)$

[11 и правило добавления].

13. $\forall x,y,z\{T(x) \wedge H(y) \wedge I(x,z,y) \wedge \neg T(z) \to \neg P(x,y)\}$

[12 и правило введения квантора $\forall$].

Следствие 2. При несоответствии расположения не подвергавшейся оперативному удалению субдуральной гематомы по отношению к какому-либо повреждению и отсутствии других повреждений, расположенных между гематомой и данным повреждением, последнее не является источником этой гематомы:

$$\forall x,y,z\{T(x) \wedge H(y) \wedge \neg I(x,z,y) \wedge \neg R(x,y) \wedge \neg J(y) \to \neg P(x,y)\}.$$

Доказательство:

1. $\forall x,y,z\{P(x,y) \wedge H(y) \wedge \neg I(x,z,y) \to R(x,y) \vee J(y)\}$

[специальная аксиома 2].

2. $P(x,y) \wedge H(y) \wedge \neg I(x,z,y) \to R(x,y) \vee J(y)$

[1 и правило удаления квантора $\forall$].

3. $\neg\{P(x,y) \wedge H(y) \wedge \neg I(x,z,y)\} \vee \{R(x,y) \vee J(y)\}$

[2 и эквивалентность импликации].

4. $\{\neg P(x,y) \vee \neg H(y) \vee I(x,z,y)\} \vee \{R(x,y) \vee J(y)\}$

[3 и закон де Моргана].

5. $\neg P(x,y) \vee \neg H(y) \vee I(x,z,y) \vee R(x,y) \vee J(y)$

[4 и ассоциативность $\vee$].

6. $\neg H(y) \vee I(x,z,y) \vee R(x,y) \vee J(y) \vee \neg P(x,y)$

[5 и коммутативность $\vee$].

7. $\{\neg H(y) \vee I(x,z,y) \vee R(x,y) \vee J(y)\} \vee \neg P(x,y)$

[6 и ассоциативность $\vee$].

8. $\neg\{\neg H(y) \vee I(x,z,y) \vee R(x,y) \vee J(y)\} \to \neg P(x,y)$

[7 и эквивалентность импликации].

9. $\{H(y) \wedge \neg I(x,z,y) \wedge \neg R(x,y) \wedge \neg J(y)\} \to \neg P(x,y)$

[8 и закон де Моргана].

10. $\{T(x) \wedge H(y) \wedge \neg I(x,z,y) \wedge \neg R(x,y) \wedge \neg J(y)\} \to \neg P(x,y)$

[9 и правило добавления].

11. $\forall x,y,z\{T(x) \wedge H(y) \wedge \neg I(x,z,y) \wedge \neg R(x,y) \wedge \neg J(y) \to \neg P(x,y)\}$

[10 и правило введения квантора $\forall$].

Следствие 3. При несоответствии давности субдуральной гематомы давности какого-либо повреждения, последнее не является источником этой гематомы:

$$\forall x,y\{T(x) \wedge H(y) \wedge \neg Q(x,y) \to \neg P(x,z)\}.$$

Доказательство:

1. $\forall x,y\{H(y) \wedge P(x,y) \wedge I(x,z,y) \to Q(x,z,y)\}$

[специальная аксиома 4].

2. $H(y) \wedge P(x,y) \wedge I(x,z,y) \to Q(x,z,y)$

[1 и правило удаления квантора $\forall$].

3. $\neg\{H(y) \wedge P(x,y) \wedge I(x,z,y)\} \vee Q(x,z,y)$

[2 и эквивалентность импликации].

4. $\{\neg H(y) \vee \neg P(x,y) \vee \neg I(x,z,y)\} \vee Q(x,z,y)$

[3 и закон де Моргана].

5. $\neg H(y) \vee \neg P(x,y) \vee \neg I(x,z,y) \vee Q(x,z,y)$

[4 и ассоциативность $\vee$].

6. $\neg H(y) \vee \neg I(x,z,y) \vee Q(x,z,y) \vee \neg P(x,y)$

[5 и коммутативность $\vee$].

7. $\{\neg H(y) \vee \neg I(x,z,y) \vee Q(x,z,y)\} \vee \neg P(x,y)$

[6 и ассоциативность $\vee$].

8. $\neg\{H(y) \wedge I(x,z,y) \wedge \neg Q(x,z,y)\} \vee \neg P(x,y)$

[7 и закон де Моргана].

9. $\{H(y) \wedge I(x,z,y) \wedge \neg Q(x,z,y)\} \to \neg P(x,y)$

[8 и эквивалентность импликации].

10. $\{T(x) \wedge H(y) \wedge I(x,z,y) \wedge \neg Q(x,z,y)\} \to \neg P(x,y)$

[9 и правило добавления].

11. $\forall x,y,z\{T(x)\wedge H(y)\wedge I(x,z,y)\wedge\neg Q(x,z,y)\to\neg P(x,y)\}$
[10 и правило введения квантора $\forall$].

Следствие 4. При отсутствии повреждений мягких тканей головы, черепа, оболочек и вещества головного мозга или их патологических образований или патологических образований субдурального пространства источником субдуральной гематомы являются повреждения внеоболочечных сегментов мозговых вен или вен мозжечка:

$$\forall x,y\{P(x,y)\wedge H(y)\wedge\neg[E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee L(x)\vee C(x)\vee$$
$$\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)]\to V(x)\}.$$

Доказательство:

1. $\forall x,y\{P(x,y)\wedge H(y)\to E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee V(x)\vee L(x)\vee$
$\vee C(x)\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)\}$.
[специальная аксиома 1].

2. $P(x,y)\wedge H(y)\to E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee V(x)\vee L(x)\vee$
$\vee C(x)\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)$.
[1 и правило удаления квантора $\forall$].

3. $\neg\{P(x,y)\wedge H(y)\}\vee\{E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee V(x)\vee L(x)\vee$
$\vee C(x)\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)\}$.
[2 и эквивалентность импликации].

4. $\{\neg P(x,y)\vee\neg H(y)\}\vee\{E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee V(x)\vee L(x)\vee$
$\vee C(x)\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)\}$.
[3 и закон де Моргана].

5. $\neg P(x,y)\vee\neg H(y)\vee E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee V(x)\vee L(x)\vee$
$\vee C(x)\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)$.
[4 и ассоциативность $\vee$].

6. $\neg P(x,y)\vee\neg H(y)\vee E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee L(x)\vee C(x)\vee$
$\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)\vee V(x)$.
[5 и коммутативность $\vee$].

7. $\neg P(x,y)\vee\neg H(y)\vee\{E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee L(x)\vee C(x)\vee$
$\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)\}\vee V(x)$.
[6 и ассоциативность $\vee$].

8. $\neg\{\neg P(x,y)\vee\neg H(y)\vee[E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee L(x)\vee C(x)\vee$
$\vee \mathrm{E}(x)\vee \mathrm{K}(x)\vee \Delta(x)\vee \Phi(x)\vee \Lambda(x)\vee \mathrm{Z}(x)\vee \mathrm{H}(x)]\}\to V(x)$.
[7 и эквивалентность импликации].

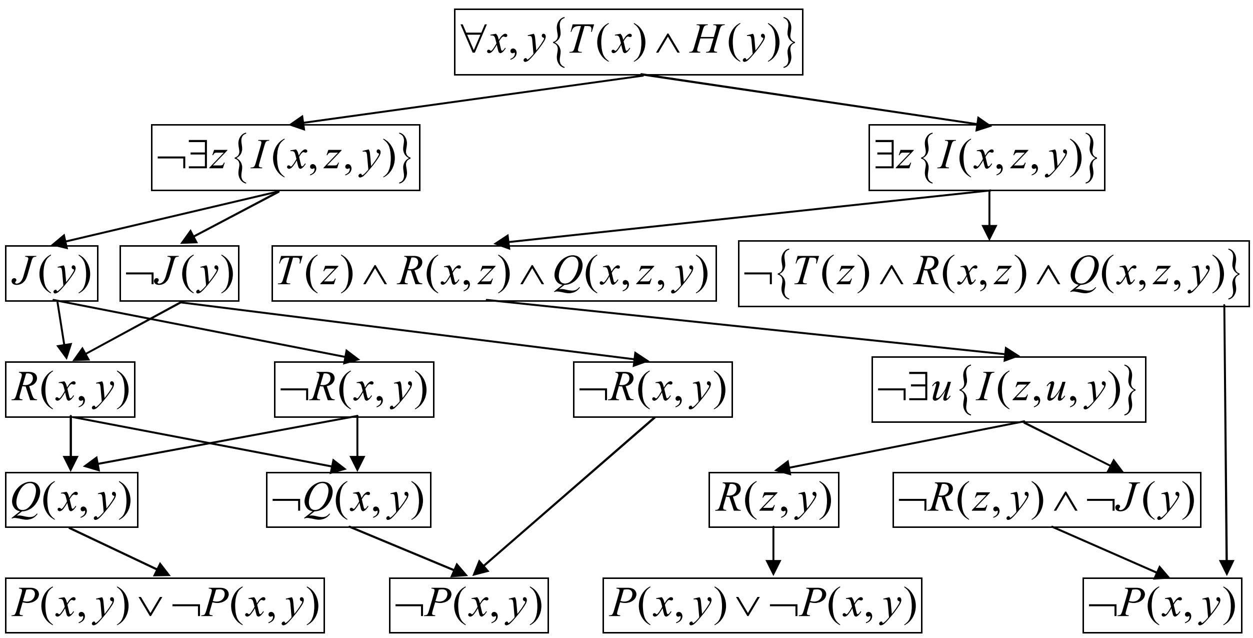
9. $P(x,y)\wedge H(y)\wedge\neg[E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee L(x)\vee C(x)\vee$
$\vee\mathrm{E}(x)\vee\mathrm{K}(x)\vee\Delta(x)\vee\Phi(x)\vee\Lambda(x)\vee\mathrm{Z}(x)\vee\mathrm{H}(x)]\to V(x).$

[8 и закон де Моргана].

10. $\forall x,y\{P(x,y)\wedge H(y)\wedge\neg[E(x)\vee K(x)\vee D(x)\vee L(x)\vee C(x)\vee$
$\vee\mathrm{E}(x)\vee\mathrm{K}(x)\vee\Delta(x)\vee\Phi(x)\vee\Lambda(x)\vee\mathrm{Z}(x)\vee\mathrm{H}(x)]\to V(x)\}.$

[9 и правило введения квантора $\forall$].

Разработанная аксиоматическая система позволяет автоматизировать процесс определения источников субдуральных гематом, что является характерной особенностью логического аппарата [2,20]. Автоматизация рассуждений достигается путем использования приведенного ниже диагностического алгоритма.



Данный алгоритм позволяет уменьшить множество потенциальных источников любой субдуральной гематомы путем исключения из него тех повреждений головы, в отношении которых опровергнуто их участие в генезе данного кровоизлияния (т.е. доказана невыполнимость предиката $P(x,y)$ на множестве предметных переменных, для которых выполнимы предикаты $T(x)\wedge H(y)$).

Итогом реализации алгоритма является формирование следующих множеств повреждений:

$$\mathrm{X}=X\cup\bar{X},$$

где X - множество зафиксированных повреждений головы; X - подмножество X, в отношении элементов которого доказана невыполнимость предиката $P(x, y)$; $\bar{X}$ - непустое подмножество повреждений, в отношении которых доказана или не опровергнута выполнимость предиката $P(x, y)$. Элементы дополнения множества X до множества X и являются источниками субдуральной гематомы.

Для демонстрации указанной дедуктивной процедуры приведем несколько примеров, наиболее часто встречающихся в судебно-медицинской экспертной практике.

Пример 1. При судебно-медицинском исследовании трупа потерпевшего обнаружена неинкапсулированная супратенториальная субдуральная гематома и выраженные проявления атеросклеротической и гипертонической ангиоэнцефалопатии головного мозга. Каких-либо повреждений оболочек и вещества головного мозга или их патологических образований, а также субарахноидальных кровоизлияний не установлено.

Экспертный вывод: источником субдуральной гематомы является повреждение внеоболочечных сегментов мозговых вен.

В подобных ситуациях эксперты нередко квалифицируют обнаруженную атеросклеротическую и гипертоническую патологию сосудов поверхности головного мозга в качестве причины возникновения субдуральной гематомы. При такой трактовке сосудистой патологии головного мозга, как правило, исключается истинный травматический генез гематомы и неправильно устанавливается причина смерти, что приводит к юридической ошибке. К сожалению, такого рода логические ошибки встречаются даже в специальной научной литературе [31].

Пример 2. При судебно-медицинском исследовании трупа потерпевшего обнаружена неинкапсулированная односторонняя супратенториальная субдуральная гематома базальной локализации и очаговое размозжение головного мозга в ассоциации с повреждением паутинной оболочки и субарахноидальным кровоизлиянием. Каких-либо других повреждений оболочек и вещества головного мозга или их патологических образований не установлено. Локализация и давность обнаруженных повреждений совпадают.

Экспертный вывод: источником субдуральной гематомы являются повреждения церебральных артерий или сосудов субарахноидального пространства зоны ушиба.

Пример 3. При судебно-медицинском исследовании трупа потерпевшего обнаружена неинкапсулированная односторонняя супратенториальная конвекситальная субдуральная гематома и очаговое размозжение базальной поверхности этого же полушария головного мозга схожей давности в ассоциации с повреждением паутинной оболочки и субарахноидальным кровоизлиянием. Каких-либо других повреждений оболочек и вещества головного мозга или их патологических образований не выявлено.

Экспертный вывод: источником субдуральной гематомы является повреждение внеоболочечных сегментов мозговых вен.

Пример 4. При судебно-медицинском исследовании трупа потерпевшего обнаружена хроническая супратенториальная субдуральная гематома. Каких-либо повреждений оболочек и вещества головного мозга или их или патологических образований (в том числе и рубцовых изменений) не установлено.

Экспертный вывод: источником субдуральной гематомы является повреждение внеоболочечных сегментов мозговых вен, при этом не исключается возможность повторных субдуральных кровоизлияний из сосудов капсулы гематомы.

Пример 5. После оперативного удаления односторонней неинкапсулированной супратенториальной субдуральной гематомы, источником которой по данным оперативного вмешательства являлось очаговое размозжение конвекситальной поверхности теменной доли, при судебно-медицинском исследовании трупа потерпевшего на базальной поверхности этой же доли обнаружена субдуральная гематома схожей давности. Кроме следов оперативного вмешательства каких-либо других повреждений оболочек и вещества головного мозга или их патологических образований не установлено. Трепанационное окно расположено в теменной области.

Экспертный вывод: обнаруженная при судебно-медицинском исследовании субдуральная гематома является остаточной, источник ее - повреждения церебральных артерий или сосудов субарахноидального пространства зоны ушиба головного мозга.

Пример 6. После оперативного удаления односторонней неинкапсулированной супратенториальной субдуральной гематомы, источником которой по данным оперативного вмешательства являлось очаговое размозжение конвекситальной поверхности теменной доли, при судебно-медицинском исследовании трупа потерпевшего, погибшего через 5 ч после операции, обнаружена неинкапсулированная субдуральная гематома схожей локализации. Кроме следов оперативного вмешательства каких-либо других повреждений оболочек и вещества головного мозга или их патологических образований не установлено. Трепанационное окно расположено в теменной области.

Экспертный вывод: обнаруженная при судебно-медицинском исследовании субдуральная гематома является рецидивной, источник ее - повреждения церебральных артерий или сосудов субарахноидального пространства зоны ушиба головного мозга или (неисключающее или) сосуды тканей головы, поврежденные в ходе оперативного вмешательства.

Пример 7. После оперативного удаления односторонней хронической конвекситальной субдуральной гематомы при судебно-медицинском исследовании трупа потерпевшего в зоне оперативной ревизии субдурального пространства обнаружены фрагменты капсулы гематомы и расположенное под ними скопление жидкой крови. Кроме следов оперативного вмешательства каких-либо других повреждений черепа и дуральной оболочки, а также повреждений лептоменинкса и головного мозга или их патологических образований не установлено. Трепанационное окно расположено в теменной области.

Экспертный вывод: обнаруженная при судебно-медицинском исследовании гематома является рецидивной, источник ее – сосуды капсулы имевшейся хронической субдуральной гематомы.

Таким образом, изложенная аксиоматическая система позволяет по данным судебно-медицинского исследования трупа или клинического обследования живого лица установить источник субдуральной гематомы или комбинацию повреждений, по крайней мере, одно из которых является ее источником. Предложенный диагностический алгоритм пригоден для любых субдуральных гематом независимо от их генеза, множественности, инкапсуляции, попыток оперативного лечения и т.д. Реализация разработанной аксиоматической системы не требует специального поиска возможных повреждений внеоболочечных сегментов мозговых вен или вен мозжечка. Поэтому изложенный алгоритм особенно актуален при проведении экспертиз по материалам дел, объектами которых обычно являются результаты ранее проведенных судебно-медицинских исследований, объем которых не включает выполнение названной процедуры.

ГЛАВА 4. ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ И ЕЕ СУДЕБНО-МЕДИЦИНСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

4.1. ЯЗЫК НАИВНОЙ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Основным материалом для построения логических исчислений, многих математических и естественнонаучных теорий являются множества. В этой связи в настоящем разделе будут приведены основные теоретико-множественные понятия, правила задания и свойства множеств, указаны базовые операции над множествами и принципы их формализации. Также будут охарактеризованы некоторые парадоксы, возникающие при практическом применении теоретико-множественных концепций.

Понятие «множество» в математике относится к первичным, поскольку отсутствуют какие-либо другие понятия, пригодные для их определения. Обычно под термином «множество» понимается некоторая, вполне определенная совокупность объектов [2,16,20].

Объекты, входящие в множество, принято называть элементами данного множества. Для выражения того факта, что некоторый элемент a принадлежит множеству A, используется двухместный предикат принадлежности $a \in A$. Отсутствие принадлежности элемента a множеству A символически обозначают $a \notin A$. Для обозначения множеств обычно используются прописные буквы, а элементов множеств – строчные. Элементы множества могут также обозначаться и прописными буквами, если они сами являются множествами. В подобных случаях значение использованной символики обычно бывает понятно из контекста.

Небольшие конечные множества можно описывать, перечисляя их элементы. В этом случае элементы, принадлежащие конечному множеству, записывают между двумя фигурными скобками и разделяют их запятыми. Например, $\{0,1,2,3\}$ есть множество, содержащее натуральные числа 0, 1, 2 и 3. A = {кровоподтек левой височной области, правосторонняя супратенториальная субдуральная гематома, субарахноидальное кровоизлияние левой теменной доли головного мозга} есть множество повреждений, выявленных при исследовании конкретного трупа, состоящее из кровоподтека, субдуральной гематомы и субарахноидального кровоизлияния указанных локализаций.

Изложенный способ описания множеств применим и к достаточно большим и даже бесконечным множествам, если известен закон образования их элементов:

$N = \{0,1,2,3,\ldots\}$ - множество всех натуральных чисел;

$C = \{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$ - множество всех целых чисел;

$E = \{0,2,4,6,\ldots,2n,\ldots\}$ - множество всех четных чисел.

Графическое задание множеств основано на использовании диаграмм Венна. На них множество обозначается определенной геометрической фигурой (кругом, квадратом, прямоугольником и пр.). Точки плоскости, заключенные внутри этой фигуры, обозначают элементы данного множества. Если необходимо рассмотреть несколько множеств, то нужно нарисовать соответствующее число фигур. Такие схемы помогают наглядно представить себе взаиморасположение множеств и подсказать различные возможные пути рассуждений. Однако в литературе по математической логике подчеркивается, что для строгих доказательств на диаграммы Венна в силу их схематичности полностью полагаться не стоит [2]. Показательные примеры судебно-медицинских приложений диаграмм Венна приведены в работе И.Г. Вермеля и А.А. Солохина [11].

В общем случае множество задается путем указания характеристического свойства, которому удовлетворяют элементы данного множества, и только они. Для такого задания обычно используются фигурные скобки, а внутри них приводится характеристическое свойство, описывающее множество. Таким образом, запись

$$A = \{x / x \textit{ обладает свойством } F\}$$

предполагает, что множество A содержит все объекты, обладающие свойством F.

Используя предикат F, указанное множество A также можно обозначить записью

$$A = \{x / F(x)\},$$

которая на языке исчисления предикатов имеет вид

$$\forall z(z = x \to F(z)).$$

Изложенный способ задания множеств часто называется схемой свертывания [21].

Если нужно задать какое-либо семейство (множество) некоторых множеств, то можно использовать следующее обозначение:

$$\text{A} = \{A_i\}_{i \in I},$$

где элементами семейства A являются всевозможные множества A_i, а множество I играет роль множества и н д е к с о в (номеров) для множеств указанного семейства. Например, множество внутричерепных субдуральных гематом

$$A = \{A_i\}_{i=1,2}$$

включает в себя два подмножества супратенториальных и субтенториальных гематом:

$$A_1 = \{a / a \text{ расположена супратенториально}\},$$

$$A_2 = \{a / a \text{ расположена субтенториально}\}.$$

В целом задание множеств путем указания характеристического свойства его элементов очень удобно и в теоретико-множественных рассуждениях используется чаще всего. Однако подобный способ описания множеств имеет и недостатки. В частности, характеристическое свойство элементов множества может быть сформулировано таким образом, что бывает трудно, а иногда и просто невозможно проверить, обладает ли какой-либо элемент этим свойством. Здесь возможны три ситуации, первая из которых связана с неадекватным описанием характеристического свойства элементов множества:

$$A = \{x / x \ - \text{ квалифицированный судебно} - \text{медицинский эксперт}\}.$$

В данном случае неясно, какой собственно признак квалификации положен в основу формирования множества квалифицированных судебно-медицинских экспертов: стаж экспертной работы, спектр выполняемых экспертных исследований, занимаемая должность, наличие квалификационной категории, ученой степени и т.д. Устранить данную неясность можно только путем указания одного или группы определенных критериев принадлежности к множеству квалифицированных экспертов.

Вторая проблемная ситуация задания множеств связана с феноменом нечеткости характеристического свойства его элементов. В примере

$$A = \{x / x \ - \text{ разлитое трупное пятно}\}.$$

характеристическое свойство элементов множества A указано вполне конкретно. Это большая площадь трупного пятна. Однако данное свойство характеризуется нечеткостью, в силу которого относительно произвольно выбранного трупного пятна трудно решить, относится ли оно к категории «разлитых» или нет. В данном случае чтобы принять однозначное решение, необходимо дать точное определение «разлитого» трупного пятна, например, «трупное пятно разлитое, если отношение его площади к поверхности всего тела составляет более 40%».

Более редкая проблемная ситуация описания элементов множества заключается в принципиальной невозможности проверки факта обладания предметом каким-либо четко заданным свойством. В литературе по математической логике подобная формулировка характеристического свойства иллюстрируется таким примером:

$$A = \{x / x \ - \ \textit{натуральное число, являющееся суммой двух простых натуральных чисел}\}.$$

Есть предположение, что все четные натуральные числа, кроме 2, попадают в множество A (проблема Гольдбаха). Но до сих пор это никем не доказано и не опровергнуто [22].

Имеется и другая, более существенная трудность задания множеств путем указания характеристического свойства их элементов, называемая парадоксом Рассела. Данный парадокс связан с тем, что в силу особенностей анализируемого способа задания множеств элементом множества является само это множество. Попытка решения вопроса о принадлежности множества A самому себе приводит к противоречию:

$$A \in A \text{ тогда и только тогда, когда } A \notin A.$$

Классической иллюстрацией парадокса Рассела является следующий пример [16]. Допустим, в некоторой деревне живет цирюльник, который бреет только тех жителей деревни, которые не бреются сами. Противоречие становится очевидным при попытке ответа на вопрос: должен ли брить цирюльник самого себя?

Обнаружение Б. Расселом названного парадокса показало противоречивость теории множеств Г. Кантора, которая вплоть до рубежа XIX-XX веков мыслилась как строгий и удобный фундамент всей математики, логики и их естественнонаучных приложений [20,22,49]. Для устранения этого и других противоречий были предложены аксиоматические теоретико-множественные системы. Наиболее известны из них системы Цермело-Френкеля, Гильберта-Бернайса-Гёделя и Рассела-Уайтхеда [2,20,22,56]. Обычные способы получения парадоксов в рамках указанных систем уже не получаются. Концепция же Г. Кантора получила название наивной, или интуитивной, теории множеств.

Изложенный парадокс Рассела служит причиной ошибочности отождествления понятий «класс» и «множество» объектов. Это объясняется тем, что для устранения парадокса Рассела необходимо либо признать незаконным само определение множества при помощи схемы свертывания, либо опротестовать какое-либо звено дальнейших рассуждений. Полностью отказаться от элементарных приемов рассуждения о множествах было бы затруднительно, поскольку они очень часто применяются на практике и обычно не приводят к противоречиям. В этой связи в математике и логике принято считать незаконным неограниченное определение множеств с помощью схемы свертывания [20]. Применительно к примеру с цирюльником данное ограничение можно описать как введение условия к описанию противоречивой ситуации, а именно: цирюльник бреет всех жителей деревни, не считая себя самого.

Кроме того, были наложены ограничения на перенос логических законов, понятных для конечных множеств на бесконечные совокупности. Подобные ограничения, в частности, сформулированы в рамках программы финитизма (от *finitary* – конечный) Д. Гильберта. Последний по этому поводу заметил, что «аккуратное обращение с бесконечными множествами не позволит изгнать нас из рая, созданного Г. Кантором» [цит. по 16,22].

Таким образом, в настоящее время общепринято, что схема свертывания $A = \{x / F(x)\}$ определяет некоторый класс A, который, может оказаться и не множеством. Однако переменная x «пробегает» по-прежнему множества, так что A есть класс, элементы которого суть множества [20]. Поэтому для A по-прежнему выполняется соотношение

$$\forall x(x \in A \leftrightarrow F(x)).$$

Образование же классов, элементами которых были бы собственно классы, а не множества, запрещено.

Изложенные правила задания множеств показывают, что не всякое свойство определяет множество объектов, хотя всякое свойство определяет их класс. Отсюда множества представляют собой частные виды классов.

В этой связи следует обратить внимание, что в судебно-медицинских исследованиях, опирающихся на теоретико-множественные концепции, термин «множество» часто используется в его логически наивном понимании [10]. Прежде всего, это касается проблемы диагностического поиска, которая в соответствии с современными теоретико-множественными определениями подразумевает отнесение исследуемого объекта к определенному классу, а не множеству объектов. Именно в таком аспекте, в частности, рассматривается процедура судебно-медицинской идентификации, которая в силу указанных причин имеет также такое, не менее распространенное название, как классификация [28,29].

Рассмотрим основные понятия теории множеств и операции над множествами. Для каждого понятия дадим его формализованное определение на языке логики предикатов с использованием модели

$$\mathrm{U} = \langle U; \in \rangle,$$

где U – универсальное множество такое, что все рассматриваемые множества, кроме его самого, являются его подмножествами; $\in$ - двухместный предикат принадлежности, означающий, что множество x входит как элемент в множество y.

Если каждый элемент множества A является и элементом множества B, то A называется подмножеством множества B, а B – надмножеством множества A. Такое отношение включения множеств A и B обозначается через $A \subseteq B$:

$$x \subseteq y \equiv \forall z(z \in x \to z \in y).$$

Например, множество субдуральных гематом включает в себя подмножество супратенториальных гематом, которое, в свою очередь, является надмножеством по отношению к множеству правосторонних супратенториальных субдуральных гематом.

В тех случаях, когда $A \subseteq B$, но $A \neq B$, используют символ строгого включения $A \subset B$ и говорят, что A есть собственное подмножество B:

$$x \subset y \equiv (x \neq y \wedge x \subseteq y).$$

Собственным подмножеством множества субдуральных гематом, в частности, является совокупность супратенториальных субдуральных кровоизлияний.

Из данного определения следует, что равенство множеств имеет место только в том случае, когда они содержат одни и те же элементы:

$$x = y \equiv (x \subseteq y \wedge y \subseteq x) \equiv \forall z(z \in x \wedge z \in y).$$

Вследствие этого нельзя говорить о равенстве или неравенстве множеств правосторонних и левосторонних супратенториальных субдуральных гематом, так как указанные множества не имеют общих элементов ввиду непреодолимости для субдуральных скоплений крови пространств полости черепа, ограниченных отростками твердой мозговой оболочки [33]. Отсюда субдуральные гематомы, локализованные по разные стороны от отростков твердой мозговой оболочки, следует считать множественными, имеющими различные источники.

Поскольку множество однозначно определяется только элементами, которое оно содержит, порядок их перечисления роли не играет. Так, $\{1,2,3\}=\{3,2,1\}$. Любой элемент либо принадлежит данному множеству, либо нет. Каждый элемент может входить во множество не более одного раза. Множество, не содержащее никаких элементов, называется пустым и обозначается $\varnothing$ или $\{\}$:

$$y=\varnothing \equiv \forall z(z\in x \wedge z\neq z).$$

Для любых множеств *A*, *B* и *C* выполняются соотношения

$$\varnothing \subseteq A;$$

$$\text{если } A\subseteq\varnothing\text{, то } A=\varnothing;$$

$$A\subseteq A;$$

$$\text{если } A\subseteq B \text{ и } B\subseteq C\text{, то } A\subseteq C.$$

Множество всех подмножеств множества *A* обозначается $P(A)$. Если *A* состоит из *n* различных элементов $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$, то $P(A)$ состоит из 2^n элементов:

$$P(A)=\{\varnothing,\{a_1\},\ldots,\{a_n\},\{a_1,a_2\},\ldots,\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}\}.$$

Например, множество всех подмножеств множества $A=\{a_1,a_2,a_3\}$ состоит из $2^3=8$ элементов:

$$P(A)=\{\varnothing,\{a_1\},\{a_2\},\{a_3\},\{a_1,a_2\},\{a_1,a_3\},\{a_2,a_3\},\{a_1,a_2,a_3\}\}.$$

Существует ряд операций, позволяющих строить новые множества на основе уже имеющихся.

Пересечением $A\cap B$ множеств *A* и *B* называется множество, состоящее из их всех тех и только тех элементов, которые принадлежат и *A*, и *B*:

$$z=x\cap y\equiv\forall u\left[u\in z\leftrightarrow(u\in x\wedge u\in y\right].$$

Например, если $A=\{1,2,3\}$ и $B=\{3,4,5\}$, то $A\cap B=\{3\}$. Пусть

C = {*x*/ *x имеет стаж экспертной работы более 20 лет*},

D = {*x*/ *x имеет высшую квалификационную категорию*},

тогда

$C\cap D=$ {*x*/ *x имеет стаж экспертной работы более 20 лет* ***и*** *высшую квалификационную категорию*}.

В общем случае если $I=\{1,2,3,\ldots,n\}$, то пересечение трех и более множеств определяется как

$$\bigcap_{i\in I} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \{x / x \in A_i\} \text{ для всех } i \in I .$$

Объединением $A \cup B$ множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B:

$$z = x \cup y \equiv \forall u\left[u \in z \leftrightarrow (u \in x \vee u \in y)\right].$$

Пользуясь обозначениями множеств A и B, а также C и D предыдущего примера, можно заключить, что $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$, а

$C \cup D =$ {*x*/ *x имеет стаж экспертной работы более 20 лет* ***или*** *высшую квалификационную категорию*}.

Объединение трех и более множеств определяется аналогично:

$$\bigcup_{i\in I} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n .$$

Для выражения операции дополнения необходимо предварительное определение операции разности множеств. Классической разностью $A - B$ множеств A и B называется множество всех тех и только тех элементов A, которые не содержатся в B:

$$u = x - y \equiv \forall z\left[z \in u \leftrightarrow (z \in x \wedge z \notin y)\right].$$

Продолжая анализ примеров, определяем, что

$$A - B = \{1,2\},$$

$C - D =$ {*x*/ *x имеет стаж экспертной работы более 20 лет* ***и не*** *имеет высшую квалификационную категорию*}.

Дополнением $\overline{A}$ множества A называется множество элементов универсума, которые не принадлежат A:

$$\overline{A} = U - A .$$

Так, дополнением множества C является множество

$\overline{C}$ = {*x*/ *x имеет стаж экспертной работы* ***не*** *более 20 лет*}.

В тех случаях, когда $y \subseteq x$, разность $x - y$ называется дополнением множества y до множества x и обозначается через $(y)'_x$. Если множество x ясно из контекста, нижний индекс x часто опускается и пишется просто y':

$$u = y' \equiv u = (y)'_x \equiv \forall z\left[z \in u \leftrightarrow (z \in x \wedge z \notin y)\right].$$

Например, множество правосторонних супратенториальных гематом является дополнением множества их левосторонних аналогов до множества супратенториальных субдуральных гематом.

Анализ приведенных определений показывает, что теоретико-множественные операции пересечения, объединения и дополнения похожи на логические операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания. В силу этого основные свойства теории множеств дублируют соответствующие свойства классической логики высказываний [2,16,20,22]. Перечислим указанные свойства.

Пусть A, B и C – подмножества универсального множества U. В этом случае справедливы следующие утверждения [2].

1. Законы идемпотентности

$$A \cap A = A,$$
$$A \cup A = A.$$

2. Свойства коммутативности $\cap$ и $\cup$

$$A \cap B = B \cap A,$$
$$A \cup B = B \cup A.$$

3. Свойства ассоциативности $\cap$ и $\cup$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C,$$
$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

4. Свойства дистрибутивности $\cap$ по отношению к $\cup$ и $\cup$ по отношению к $\cap$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

5. Свойства тождества

$$A \cup \varnothing = A,$$
$$A \cap U = A.$$

6. Свойства дополнения

$$A \cap A' = \varnothing,$$
$$A \cup A' = U.$$

7. Двойное дополнение

$$(A')' = A.$$

8. Законы де Моргана

$$(A \cup B)' = A' \cap B',$$
$$(A \cap B)' = A' \cup B'.$$

Таким образом, теория множеств по праву считается фундаментом логики и математики, вследствие чего закономерно находит свое приложение в теоретических исследованиях судебно-медицинской тематики [10,29]. Помимо наивной теории множеств и аксиоматических систем, ориентированных на устранение противоречий последней, существуют и другие теоретико-множественные концепции. Таковыми, в частности, являются теория нечетких множеств и теория альтернативных множеств [30,60].

4.2. ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ

Основным приложением теоретико-множественных концепций в судебной и клинической медицине является процедура дифференциально-диагностического поиска. В медицине под термином «дифференциальная диагностика» подразумевают процесс распознавания какого-либо патологического или физиологического состояния на основе знания его признаков и нахождения этих признаков у исследуемого объекта [29]. В этой связи дифференциальную диагностику можно считать частным случаем таких процедур как классификация, дискриминация и идентификация [28]. Поэтому, несмотря на дальнейшее использование привычной медицинской терминологии и соответствующих примеров, все рассматриваемые положения сохраняют свою актуальность для обозначения и других, характерных для судебно-медицинской практики видов распознавания (идентификация, исключение тождества и т.д.).

Рассмотрим формальную теоретико-множественную модель дифференциальной диагностики. Пусть цель диагностического поиска – идентификация или исключение какого-либо состояния C, являющегося элементом универсального множества дифференцируемых состояний

$$C \subset U .$$

Дифференцируемыми состояниями могут служить какие-либо качественные признаки (пол, соматотип, нозологическая единица и т.д.). При этом множество дифференцируемых состояний конечно и образует полную группу.

Ввиду потенциальной бесконечности множества альтернативных состояний при диагностике заболеваний или установлении причины смерти проблему диагностики следует рассматривать как обоснованный выбор одной из двух возможных альтернатив:

$$U = C \cup \overline{C} ,$$

причем множество C содержит лишь один элемент - конкретную нозологическую единицу, а множество $\overline{C}$ может быть бесконечным, в предельном случае представляя собой совокупность любых других нозологических единиц, отличных от диагностируемой. Изложенный подход необходим для выполнения условия конечности множества дифференцируемых состояний.

Пусть идентифицируемое состояние C включает возможную регистрацию множества X признаков

$$X = \{x | x \text{ - диагностический признак } C\}.$$

Альтернативные состояния $\overline{C}$ универсума, в свою очередь, также характеризуются возможным обнаружением множества Χ каких-либо признаков:

$$\mathrm{X} = \{\chi | \chi \text{ - диагностический признак } \overline{C}\}.$$

Регистрация каждого признака осуществляется дихотомически:

$$x \cup \overline{x} = U, \; x \cap \overline{x} = \varnothing;$$
$$\chi \cup \overline{\chi} = U, \; \chi \cap \overline{\chi} = \varnothing.$$

Регистрируемые элементы множества X обладают неодинаковой диагностической ценностью. В специальной литературе приводятся различные классификации признаков в зависимости от их диагностической значимости. В частности, некоторые авторы выделяют необходимые и случайные признаки (симптомы), причем те и другие включают классы особенных и общих признаков. В работах по теории судебно-медицинских заключений преимущественное распространение получили следующие категории признаков: безусловно достаточные, необходимые, условно достаточные, совокупно достаточные и неспецифические [см. напр. 10]. Тем не менее, независимо от особенностей конкретной терминологии, все авторы выделяют специфические и неспецифические признаки.

В общем случае часть или все признаки множества X наблюдаются и при других состояниях, отличных от идентифицируемого:

$$X \cap \mathrm{X} \neq \varnothing.$$

Тогда принадлежность любого признака к классу достаточных для идентификации состояния C характеризуется формулой

$$\exists x \{x \neq \varnothing \to C\},$$

к классу необходимых - формулой

$$\exists x \{x = \varnothing \to C = \varnothing\},$$

а к классу условно и совокупно достаточных – выражением

$$\exists y, z \{y \neq z \wedge y \neq \varnothing \wedge z \neq \varnothing \to C\}.$$

Во всех приведенных выше ситуациях диагностический поиск завершается формулированием категоричных экспертных суждений о положительной или отрицательной идентификации состояния C (неопределенность отсутствует). В противном случае имеем

$$\forall x \{x \in X \cap \mathrm{X} \wedge x \neq \varnothing \to C \cup \overline{C}\}.$$

Поэтому в строгом смысле неспецифическим следует считать любой признак для которого верно

$$x \in X \cap \mathrm{X}.$$

Специфические же признаки определяются формулой

$$x \in X - \mathrm{X}.$$

В рамках теории множеств задача дифференцирования альтернативных состояний сводится к проблеме отыскания хотя бы одного строго специфического признака:

$$\forall x (x \in X - \mathrm{X} \wedge x \neq \varnothing \rightarrow C).$$

Рассмотрим использование указанной теоретико-множественной модели дифференциальной диагностики на следующей серии примеров.

Допустим, при судебно-медицинском исследовании трупа обнаружен опухолевый узел правой доли печени, имеющий гистологическое строение высокодифференцированной тубулярно-папиллярной аденокарциномы. Данное строение опухоли присуще как первичным органонеспецифическим опухолям печени (холангиокарциномам), так и железистым ракам других локализаций. В этой связи в подобных ситуациях необходимо дифференцировать первичное опухолевое заболевание печени от его метастатического поражения или прорастания из соседних органов.

Для построения соответствующего дифференциально-диагностического алгоритма формализуем условия поставленной задачи на языке теории множеств.

Пусть C – первичное, а $\overline{C}$ - метастатическое или вторичное опухолевое поражение печени. В самом простом варианте множество X диагностических признаков состояния C включает лишь 2 элемента $X = \{x, \overline{\chi}\}$:

1) x – наличие опухолевого узла в печени;

2) $\overline{\chi}$ - отсутствие опухолевого поражения других органов.

Диагностика альтернативного состояния $\overline{C}$ требует обнаружения множества Χ собственных признаков $\mathrm{X} = \{x, \chi\}$:

1) x – наличие опухолевого узла в печени;

2) χ - наличие опухолевого поражения других органов.

Заметим, что признак x является необходимым для диагностики каждого из альтернативных состояний универсума и по этой же причине – неспецифическим.

Представим, что при исследовании трупа опухолевой патологии других органов не обнаружено, то есть, $\chi = \varnothing$. Так как $\chi \cup \overline{\chi} = U$, то из $\chi = \varnothing$ следует $\overline{\chi} = U$.

Поскольку $\overline{\chi} \notin \mathrm{X}$, то имеем

$$\overline{\chi} = X - \mathrm{X} \neq \varnothing \to C.$$

Иными словами, из отсутствия опухолевой патологии других органов следует первичность опухолевого поражения печени. Отсюда, при $\chi = \varnothing$ аденокарциному печени следует классифицировать как холангиокарциному.

Допустим теперь, что кроме опухоли печени, при исследовании трупа было также обнаружено злокачественное новообразование брыжейки тонкой кишки, имеющее гистологическое строение липосаркомы. В данном случае $\overline{\chi} = \varnothing$, поэтому множества X и X диагностических признаков состояний C и $\overline{C}$ соответственно, необходимо расширить путем добавления к ним элемента x и противоположного ему элемента $\overline{\mathrm{x}}$:

$$X = \{x, \overline{\chi}\} \cup \overline{\mathrm{x}},$$
$$\mathrm{X} = \{x, \chi\} \cup \mathrm{x},$$

где x – гистогенетическая идентичность опухолей.

Поскольку липосаркома и аденокарцинома гистогенетически не идентичны, то $\mathrm{x} = \varnothing$. Следовательно, $\overline{\mathrm{x}} = U$, и

$$\overline{\mathrm{x}} = X - \mathrm{X} \neq \varnothing \to C.$$

Усложним диагностическую задачу новым допущением. Пусть наряду с аденокарциномой печени обнаружена аденокарцинома толстой кишки. В подобных случаях для успешного завершения диагностического поиска необходимо рассмотрение новых признаков $\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots, \mathrm{x}_n$ и их альтернатив $\overline{\mathrm{x}}_1, \overline{\mathrm{x}}_2, \ldots, \overline{\mathrm{x}}_n$, включающих соответствие степени дифференцировки, иммунотипическую и генетическую идентичность опухолевых узлов печени и толстой кишки, множественность опухолевого поражения печени, стадию опухолевого поражения толстой кишки, наличие регионарных и отдаленных метастазов и т.д.:

$$X = \{x, \overline{\chi}\} \cup \{\overline{\mathrm{x}}_1, \overline{\mathrm{x}}_2, \ldots, \overline{\mathrm{x}}_n\},$$
$$\mathrm{X} = \{x, \chi\} \cup \{\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots, \mathrm{x}_n\}.$$

В приведенном примере специфическое диагностическое значение имеют как факт наличия признака x_i, так и его отсутствие $\overline{x}_i$:

$$\exists x (x \in X - \mathrm{X} \to \overline{x} \in \mathrm{X} - X).$$

Однако так бывает не всегда. Например, наличие метастазов является специфическим признаком злокачественности опухоли, но их отсутствие отнюдь не свидетельствует о доброкачественном характере последней. При диагностике утопления в качестве специфического признака расценивается обнаружение планктона во внутренних органах, отрицательный же результат альгологического исследования является неспецифическим.

Данные примеры показывают, что в общем случае выполняются утверждения

$$\exists x(x \in X - \mathrm{X} \to \overline{x} \in \mathrm{X} - X),$$

$$\neg \forall x(x \in X - \mathrm{X} \to \overline{x} \in \mathrm{X} - X).$$

Указанные утверждения эквивалентны утверждению ложности инверсии импликации в логике высказываний:

$$\neg\left[(x \to C) \to (\neg x \to \neg C)\right].$$

В то же время при отсутствии состояния C всегда отсутствуют все его специфические признаки:

$$(x \neq \varnothing \to C \neq \varnothing) \to (\overline{C} \neq \varnothing \to x = \varnothing).$$

Последняя формула эквивалентна аксиоме контрапозиции импликации логики высказываний:

$$(x \to C) \to (\neg C \to \neg x).$$

Отсутствие необходимого признака всегда является специфическим маркером отсутствия состояния C или, другими словами, наличия противоположного ему состояния $\overline{C}$:

$$\left[x = \varnothing \to C = \varnothing\right] \equiv \left[\overline{x} \to \overline{C}\right].$$

Заметим, что специальное выделение условно и совокупно достаточных признаков не требуется, поскольку каждый из них можно рассматривать как специфическую комбинацию неспецифических признаков:

$$\exists x\left\{(x = y \cup z \to C) \wedge y \neq z \wedge y \neq \varnothing \wedge z \neq \varnothing \wedge \forall u\left[u \notin x \to u \notin y \vee u \notin z\right]\right\}.$$

Важно, что в любой ситуации

$$X - \mathrm{X} \neq \varnothing \to C.$$

Однако утверждение

$$X - \mathrm{X} = \varnothing \to \overline{C}$$

неверно. Конструктивное решение диагностической задачи в последнем случае возможно только при использовании аналитического аппарата теории вероятностей [29].

4.3. ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫЕ АСПЕКТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Одной из задач, подлежащих разрешению экспертным путем, является установление последовательности возникновения повреждений. В общем виде методология решения указанного вопроса определяется двумя принципиально различными подходами.

Один из них базируется на данных о механизме образования повреждений и может быть охарактеризован как непосредственное установление отношения последовательности. Таковыми, в частности, являются выяснение очередности нанесения ударов по характеру пересечения линий соответствующих переломов черепа, установление очередности причинения проникающих ранений грудной клетки по особенностям прохождения раневых каналов в легком, определение последовательности возникновения путем соотнесения повреждений с фазами транспортной травмы, обоснование одновременности возникновения повреждений путем доказательства их образования в рамках одного травмирующего воздействия [см. напр. 26].

Другой метод предусматривает первоначальное определение давности повреждений с последующим сравнением и упорядочиванием полученных хронологических оценок, которые могут быть представлены точками, промежутками (отрезками и интервалами), а также их комбинациями.

В ходе выполнения конкретных экспертных исследований, как правило, имеет место сочетание обоих методов определения последовательности возникновения повреждений. При этом гетерогенность методов определения последовательности и видов оценок давности повреждений потенциально опасна в плане формулирования неверных экспертных выводов. В этой связи важной представляется разработка методологии сравнения и упорядочивания различных оценок давности повреждений на базе таких строгих формальных логико-математических теорий как классическая логика предикатов и теория множеств.

Для этого охарактеризуем язык модели судебно-медицинского определения последовательности возникновения повреждений.

Пусть X – конечное множество повреждений, обнаруженных при исследовании объекта судебно-медицинской экспертизы (трупа, живого лица, сведений медицинской документации и т.д.):

$$X = \left\{ x_i \middle| x \text{ - повреждение} \right\}.$$

Каждому повреждению из X соответствует определенная давность его образования t_i, значение которой может быть неизвестно. С учетом этого определить последовательность возникновения повреждений означает задать частичный порядок на множестве $\mathrm{T} = \langle T; \le \rangle$, где

$$T = \left\{ t_i \middle| t \text{ - давность повреждения } x \right\},$$

а $\le$ - отношение частичного порядка.

Следует пояснить, что модель $\mathrm{T} = \langle T; \le \rangle$ с одним двухместным предикатом $\le$ называют частично упорядоченным множеством, а сам предикат $\le$ - частичным порядком, если для любых $x, y, z \in T$ выполняются следующие условия:

1) $x \le x$ (рефлексивность);

2) если $x \le y$ и $y \le x$, то $x = y$ (антисимметричность);

3) если $x \le y$ и $y \le z$, то $x \le z$ (транзитивность) [2,22].

Частично упорядоченное множество $\mathrm{T} = \langle T; \le \rangle$ называется линейно упорядоченным, если любые элементы $a, b \in A$ сравнимы между собой, т.е. выполняется $a \le b$ или $b \le a$.

Ввиду гетерогенности методов определения последовательности возникновения повреждений двухместный предикат частичного порядка на произвольном множестве T может быть не похож на операцию сравнения чисел по величине. Кроме того, частичный порядок на множестве T может быть также задан с помощью отношения <, если последнее также удовлетворяет условиям рефлексивности, антисимметричности и транзитивности.

Итогом задания частичного порядка будет формирование последовательности оценок давности повреждений, принадлежащих множеству T:

$$t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_{n-1} \le t_n .$$

При этом $T \in D$, где D – множество действительных чисел, и имеет место взаимно-однозначное соответствие между элементами множеств T и X.

Геометрически D представляет собой числовую прямую, на которой точке с абсциссой 0 соответствует момент остановки сердца (или последней остановки сердца, если таковых было несколько).

Пунктированное (с исключением точки с абсциссой 0) множество T оценок давности повреждений является объединением двух подмножеств прижизненных L и посмертных M повреждений:

$$T - \{0\} = L \cup M ,$$

для которых выполняются условия

$$M \subseteq (-\infty, 0) \text{ и } L \subseteq (0, \infty).$$

Поскольку

$$L \cap M = \varnothing ,$$

то для любого элемента t_i множества T верно

$$\forall t \left\{ t \in M \to t \notin L \wedge t \in L \to t \notin M \right\}.$$

Рассмотрим возможные оценки давности повреждений и их логико-математические и естественные языковые конструкции, обозначая в математических и естественно-языковых выражениях буквами латинского алфавита какие-либо действительные числа.

1) t – элемент (точка) множества D:

$$\forall x \left\{ x \in t \to \forall y \left[y \neq x \to y \notin t \right] \right\};$$

$t = a$ - давность повреждения равна a.

2) t – подмножество-отрезок D:

$$\forall x \left\{ x \in t \to \exists y, z \left[y \neq z \wedge y \leq x \wedge x \leq z \wedge \forall v (v < y \vee z < v \to v \notin t \right] \right\};$$

$t \in \left[a, b \right]$ - давность повреждения не менее a и не более b.

3) t – подмножество-интервал D:

$$\forall x \left\{ x \in t \to \exists y, z \left[y \neq z \wedge y < x < z \wedge \forall v (v < y \vee z < v \to v \notin t \right] \right\};$$

$t \in (a, b)$ - давность повреждения более a и менее b.

4) t – подмножество-полуотрезок D:

$$\forall x \left\{ x \in t \to \exists y, z \left[y \neq z \wedge y < x \leq z \wedge \forall v (v \leq y \vee z < v \to v \notin t \right] \right\};$$

$t \in (a, b]$ - давность повреждения более a и не более b.

5) t – подмножество-полуинтервал D:

$$\forall x \left\{ x \in t \to \exists y, z \left[y \neq z \wedge y \leq x < z \wedge \forall v (v < y \vee z \leq v \to v \notin t \right] \right\};$$

$t \in [a, b)$ - давность повреждения не менее a и менее b.

6) t – подмножество – начальный отрезок D:

$$\forall x \left\{ x \in t \to \exists y \left[x \leq y \wedge \forall z (y < z \to z \notin t \right] \right\};$$

$t \in (-\infty; a]$ - давность повреждения не более a.

7) t – подмножество – финальный отрезок D:

$$\forall x\left\{x \in t \to \exists y\left[y \le x \wedge \forall z(z < y \to z \notin t\right]\right\};$$

$t \in [a;\infty)$ - давность повреждения не менее a.

8) t – подмножество – начальный интервал D:

$$\forall x\left\{x \in t \to \exists y\left[x < y \wedge \forall z(y \le z \to z \notin t\right]\right\};$$

$t \in (-\infty;a)$ - давность повреждения менее a.

9) t – подмножество – финальный интервал D:

$$\forall x\left\{x \in t \to \exists y\left[y < x \wedge \forall z(z \le y \to z \notin t\right]\right\};$$

$t \in (a;\infty)$ - давность повреждения более a.

10) t – множество – числовая прямая D:

$$\forall x\left\{x \in t \to x \in U\right\},\ U \text{ – универсум;}$$

$t \in (-\infty;\infty)$ - давность и прижизненность повреждения неизвестны.

Таким образом, 9 из 10 возможных оценок давности повреждений имеют характер оценок-промежутков, и лишь одна является точечной. При этом оценки-промежутки определяют промежутки числовой прямой, в пределах которых расположена точка - неизвестная истинная давность повреждения.

Согласно арифметике действительных чисел для любых оценок давности t и τ выполняется одно из свойств: $t < \tau$ или $t = \tau$, или $t > \tau$ [2,22]. Поэтому любое множество $\mathrm{T} = \langle T;\le \rangle$, содержащее только точечные оценки давности повреждений, является линейно упорядоченным, т.е. любые два его элемента сравнимы между собой.

В подобных случаях при формулировании результатов установления давности повреждений в одних единицах измерения и с одинаковой погрешностью определение последовательности возникновения повреждений, как правило, не вызывает затруднений. Возможно, именно по этой причине судебно-медицинские эксперты зачастую уклоняются от специального ответа на прямо поставленный вопрос о последовательности возникновения повреждений, ссылаясь на то, что он может быть решен следствием самостоятельно, исходя из данных об их давности.

Сложнее обстоит дело при наличии среди элементов T оценок-промежутков давности повреждений. Для характеристики принципов упорядочивания таких оценок потребуется рассмотрение понятия точных верхних и нижних граней множества.

Рассмотрим в частично упорядоченном множестве $\mathrm{A} = \langle A; \leq \rangle$ некоторое подмножество $B \subseteq A$. Элемент a называют верхней гранью для множества *B*, если $b \leq a$ для любого элемента $b \in B$. Элемент c называют нижней гранью для множества *B*, если $c \leq b$ для любого элемента $b \in B$. При этом верхние и нижние грани для множества *B* могут не существовать или не принадлежать множеству *B* [2,22,30]. Если среди всех верхних граней для множества *B* имеется наименьшая, то она называется точной верхней гранью (супремум) и обозначается через $\sup\{B\}$. Если среди всех нижних граней для множества *B* имеется наибольшая, то она называется точной нижней гранью (инфимум) и обозначается через $\inf\{B\}$. Если множество *B* состоит из двух элементов, т.е. $B = \{a, b\}$, то $\sup\{B\}$ обозначают через $a \cup b$, а $\inf\{B\}$ - через $a \cap b$:

$$x = y \cup z \equiv y \leq x \wedge z \leq x \wedge \forall u\left[(y \leq u \wedge z \leq u) \rightarrow x \leq u\right];$$

$$x = y \cap z \equiv x \leq y \wedge x \leq z \wedge \forall u\left[(u \leq y \wedge u \leq z) \rightarrow u \leq x\right].$$

Среди возможных оценок давности повреждений супремумы и инфимумы существуют только для фиксированных промежутков. При этом точные грани – фиксированные концы хронологических отрезков принадлежат соответствующим промежуткам-множествам, а точные грани – фиксированные концы хронологических интервалов – нет. Для нефиксированных концов хронологических промежутков соответствующие точные и верхние грани не существуют. Ввиду линейности порядка элементов на всех промежутках-множествах оценок давности повреждений все существующие точные грани единственны.

После определения базовых понятий вернемся к рассмотрению операций сравнения оценок-промежутков давности повреждений.

Если t и τ – оценки-промежутки давности повреждений x_i и x_j, то отношение частичного порядка на множестве $T = \{t, \tau\}$ определяется формулами:

$$\forall t, \tau\left[\sup\{t\} < \inf\{\tau\} \rightarrow t < \tau\right]; \quad (1)$$

$$\forall t, \tau\left[\left(\sup\{t\} = \inf\{\tau\}\right) \wedge \neg\left(\sup\{t\} \in t \wedge \inf\{\tau\} \in \tau\right) \rightarrow t < \tau\right]; \quad (2)$$

$$\forall t, \tau\left[\left(\sup\{t\} = \inf\{\tau\}\right) \wedge \sup\{t\} \in t \wedge \inf\{\tau\} \in \tau \rightarrow t \leq \tau\right]; \quad (3)$$

$$\begin{gathered}\forall t, \tau[\neg(\sup\{t\} \leq \inf\{\tau\}) \rightarrow \\ \rightarrow \exists x, y, z, u\{x \in t \wedge z \in t \wedge y \in \tau \wedge u \in \tau \wedge x \leq y \wedge u \leq z\}].\end{gathered} \quad (4)$$

Если t – точечная, а τ – оценка-промежуток давности повреждений x_i и x_j, то отношение порядка на множестве $T = \{t, \tau\}$ определяется формулами:

$$\forall t, \tau\left[t < \inf\left\{\tau\right\} \to t < \tau\right]; \tag{5}$$

$$\forall t, \tau\left[t = \inf\left\{\tau\right\} \wedge \inf\left\{\tau\right\} \notin \tau \to t < \tau\right]; \tag{6}$$

$$\forall t, \tau\left[t = \inf\left\{\tau\right\} \wedge \inf\left\{\tau\right\} \in \tau \to t \le \tau\right]; \tag{7}$$

$$\forall t, \tau\left[\sup\left\{\tau\right\} < t \to \tau < t\right]; \tag{8}$$

$$\forall t, \tau\left[t = \sup\left\{\tau\right\} \wedge \sup\left\{\tau\right\} \notin \tau \to \tau < t\right]; \tag{9}$$

$$\forall t, \tau\left[t = \sup\left\{\tau\right\} \wedge \sup\left\{\tau\right\} \in \tau \to \tau \le t\right]; \tag{10}$$

$$\forall t, \tau[t \in \tau \to \exists x, y, z\{x = t \wedge y \in \tau \wedge z \in \tau \wedge x \le y \wedge z \le x\}]. \tag{11}$$

Практическое применение изложенных принципов можно продемонстрировать на следующих примерах (нумерация примеров соответствует нумерации формул).

Пример 1.

Давность t повреждения x_i не более 3 суток, давность τ повреждения x_j более 5 суток до наступления смерти. Здесь $t \in (0;3]$, $\tau \in (5;\infty)$, $\sup\left\{t\right\} = 3$, $\inf\left\{\tau\right\} = 5$. Отсюда по формуле (1) получаем, что $t < \tau$.

Пример 2.

Давность t повреждения x_i не более 3 суток, давность τ повреждения x_j более 3 суток до наступления смерти. Здесь $t \in (0;3]$, $\tau \in (3;\infty)$, $\sup\left\{t\right\} = 3$, $\inf\left\{\tau\right\} = 3$, $\sup\left\{t\right\} \in t$, $\inf\left\{\tau\right\} \notin \tau$. Из (2) следует $t < \tau$.

Пример 3.

Давность t повреждения x_i не более 3 суток, давность τ повреждения x_j не менее 3 суток до наступления смерти. Здесь $t \in (0;3]$, $\tau \in [3;\infty)$, $\sup\left\{t\right\} = 3$, $\inf\left\{\tau\right\} = 3$, $\sup\left\{t\right\} \in t$, $\inf\left\{\tau\right\} \in \tau$. Согласно (3) имеем $t \le \tau$.

Пример 4.

Давность t повреждения x_i не более 3 суток, давность τ повреждения x_j более 2 суток до наступления смерти. Здесь $t \in (0;3]$, $\tau \in (2;\infty)$, $\sup\left\{t\right\} = 3$, $\inf\left\{\tau\right\} = 2$. Отсюда из формулы (4) следует, что возможны все три варианта отношений: $t < \tau$, $t = \tau$ и $\tau < t$.

Пример 5.

Давность t повреждения x_i составляет 3 суток, давность τ повреждения x_j более 5 суток до наступления смерти. Здесь $t = 3$, $\tau \in (5;\infty)$, $\inf\{\tau\} = 5$. Отсюда по формуле (5) получаем, что $t < \tau$.

Пример 6.

Давность t повреждения x_i равна 3 суткам, давность τ повреждения x_j более 3 суток до наступления смерти. Поскольку $t = 3$, $\tau \in (3;\infty)$, $\inf\{\tau\} = 3$ и $\inf\{\tau\} \notin \tau$, то по формуле (6) получаем, что $t < \tau$.

Пример 7.

Давность t повреждения x_i равна 3 суткам, давность τ повреждения x_j не менее 3 суток до наступления смерти. Поскольку $t = 3$, $\tau \in [3;\infty)$, $\inf\{\tau\} = 3$ и $\inf\{\tau\} \in \tau$, то из формулы (7) следует $t \le \tau$.

Пример 8.

Давность t повреждения x_i составляет 3 суток, давность τ повреждения x_j не более 2 суток до наступления смерти. Здесь $t = 3$, $\tau \in (0;2]$, $\sup\{\tau\} = 2$. Отсюда по формуле (8) получаем, что $\tau < t$.

Пример 9.

Давность t повреждения x_i составляет 3 суток, давность τ повреждения x_j менее 3 суток до наступления смерти. Здесь $t = 3$, $\tau \in (0;3)$, $\sup\{\tau\} = 3$ и $\sup\{\tau\} \notin \tau$. Согласно (9) получаем, что $\tau < t$.

Пример 10.

Давность t повреждения x_i составляет 3 суток, давность τ повреждения x_j не более 3 суток до наступления смерти. Здесь $t = 3$, $\tau \in (0;3]$, $\sup\{\tau\} = 3$ и $\sup\{\tau\} \in \tau$. Из выражения (10) следует, что $\tau \le t$.

Пример 11.

Давность t повреждения x_i составляет 2 суток, давность τ повреждения x_j не более 3 суток до наступления смерти. Здесь $t = 2$, $\tau \in (0;3]$ и $t \in \tau$. Из выражения (10) следует, что возможны все три варианта отношений: $t < \tau$, $t = \tau$ и $\tau < t$.

Приведенные примеры показывают, что формулы (1,2,5,6,8,9) задают отношение < (строгое неравенство), формулы 3,7,10 - отношение ≤ (нестрогое неравенство), а формулы 4,11 определяют несравнимость оценок давности повреждений, поскольку в случаях, задаваемых указанными выражениями, могут иметь место все возможные отношения между действительными числами – значениями давности ($<$, $>$ или $=$). Кроме того, оценки-промежутки давности повреждений теоретически могут быть несравнимы между собой при отсутствии точных граней у множеств их возможных значений. Однако на практике при экспертизе прижизненных повреждений возможно фиксировать концы любых оценок-промежутков давности повреждений путем подстановки соответствующих предельных значений. Например, для любых прижизненных повреждений точка с абсциссой 0 априорно является инфимумом, а продолжительность жизни индивидуума – супремумом оценок давности. Иными словами, для любых прижизненных повреждений всегда можно установить предельные значения (прототипы), которые точно не являются элементами оценок-промежутков давности повреждений.

Для любых посмертных повреждений точка 0 представляет собой супремум оценок давности. Установление же инфимумов оценок-промежутков давности посмертных повреждений, как правило, уже не имеет большого практического значения.

Необходимо подчеркнуть, что неопределенность точных граней оценок давности повреждений не следует смешивать с их нечеткостью, поскольку для неопределенности принципиальной является возможность появления некоторого события, нечеткость же относится к способу описания самого события и не рассматривает вопрос, появляется оно или нет [подробнее см. гл. 6]. Например, неопределенность выражает вопрос, образовалось повреждение x в срок t или нет? Нечеткость характеризует принципиально иную проблему - обладает ли конкретный (известный!) срок t давности повреждений каким-либо свойством, например, может ли t относиться к категории повреждений, «образовавшихся незадолго до смерти» или «возникших на коротком промежутке времени». На практике судебно-медицинские эксперты часто, не установив точные грани оценок-промежутков давности повреждений, маскируют недостаток полученной ими информации относительно давности подобными нечеткими формулировками.

Несравнимость оценок давности повреждений может быть вызвана также гетерогенностью методов определения последовательности возникновения. Например, если одно подмножество $S \subseteq X$ повреждений упорядочивалось путем сравнения оценок их давности, а другое подмножество $F \subseteq X$ – путем непосредственного установления отношения последовательности, и указанные подмножества не пересекаются ($S \cap F = \varnothing$), то элементы S несравнимы с элементами F. Однако в случае $S \cap F \neq \varnothing$ благодаря свойству транзитивности частично упорядоченных множеств становятся возможными не только сравнение элементов из S с элементами из F, но и установление давности элементов F.

Результаты упорядочивания оценок давности целесообразно отображать с помощью так называемых графов, часто использующихся для визуализации частично упорядоченных множеств [2,22]. Граф представляет собой фигуру, состоящую из вершин и ребер и конструируемую с соблюдением следующих требований:

а) вершины графа означают элементы самого множества;

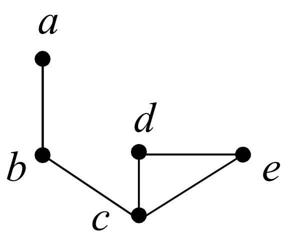
б) если $x \leq y$, то вершину x рисуют несколько пониже вершины y и соединяют эти вершины ребром;

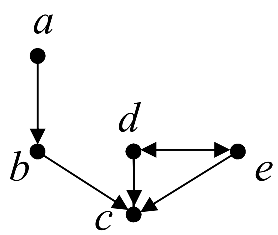
в) если $x \leq y$, а $y \leq z$, то, проводя ребра от вершины x к вершине y и от вершины y к вершине z, ввиду транзитивности отношения частичного порядка не соединяют отдельным ребром x и z;

г) отсутствие ребра между вершинами x и y означает, что эти элементы несравнимы между собой, т.е. не выполняется ни условие $x \leq y$, ни условие $y \leq x$.

Для наглядности отражения свойства антисимметричности удобнее выражать результаты определения последовательности возникновения повреждений с помощью ориентированных графов (орграфов) [2]. В орграфах ребра представляют собой упорядоченные пары. Этим акцентируется отношение порядка и может быть визуализирована одновременность образования повреждений.

Например, граф и орграф, приведенные ниже на рисунке показывают, что частично упорядоченное множество повреждений и их оценок давности образуют элементы a, b, c, d и e. При этом $c \leq b \leq a$, $c \leq d$, $c \leq e$ и $d = e$, а элементы b и d, a и d, a и e, b и e несравнимы между собой.





В частично упорядоченном множестве $\mathrm{T} = \langle T; \leq \rangle$ следует определить некоторые специальные элементы:

1) элемент t называется максимальным в Т, если не существует элемента τ такого, что $t < \tau$;

2) элемент t называется минимальным в Т, если не существует элемента τ такого, что $\tau < t$;

3) элемент t называется наибольшим в Т, если $\tau \leq t$ для любого элемента τ;

4) элемент t называется наименьшим в Т, если $t \leq \tau$ для любого элемента τ;

Отсюда максимальность элемента совсем не означает, что он наибольший, а означает только то, что больше его нет других элементов. Указанное замечание справедливо для минимальных и наименьших элементов [22].

В конкретных частично упорядоченных множествах оценок давности повреждений может быть несколько максимальных и минимальных элементов, в том числе и ни одного. Причем, если в частично упорядоченном множестве Т есть наибольший (наименьший) элемент, то он будет единственным максимальным (минимальным) элементом. Так, в частично упорядоченном множестве, изображенном с помощью приведенных графов, имеется наименьший элемент c, который одновременно является единственным минимальным элементом. В то же время в данном множестве имеются несколько максимальных элементов (a, d, e) и не существует ни одного наибольшего элемента (см. рис.). Указанные обстоятельства следует учитывать при формулировании выводов относительно давности и последовательности возникновения повреждений.

Еще одним важным требованием, необходимым для верной интерпретации давности и правильного установления последовательности возникновения повреждений, являются правила записи результатов любых измерений. Основными такими правилами, определяемыми теоретической метрологией, следует назвать понятия погрешности, значащих, верных, сомнительных и неверных цифр и принципы приближения действительных чисел [15,27].

Согласно указанным правилам, всякая цифра в десятичном изображении числа, отличная от нуля, и нуль, если он не служит для обозначения десятичного разряда или не замещает неизвестную или отброшенную цифру, называется значащей цифрой этого числа. Например, число 0,0417 имеет три значащие цифры: 4, 1 и 7.

Запись числа 12100 не позволяет судить о числе его значащих цифр. Так, если это число имеет четыре значащие цифры, то его следует записать в виде $1,210 \cdot 10^4$. Значащие цифры приближенного числа разделяются на верные и неверные.

Считается, что приближенное число имеет n верных значащих цифр (знаков, считая слева направо), если абсолютная погрешность этого числа не превышает ½ единицы его n-го разряда. В некоторых случаях абсолютная погрешность приближенного числа может достигать единицы его n-го разряда. Тогда говорят, что данное число имеет n верных знаков в широком смысле. Если абсолютная погрешность приближенного числа может достигать двух единиц его n-го разряда, то полагают, что первые $n-1$ значащих цифр числа верные, а его n-я цифра его сомнительная. Остальные цифры, следующие за сомнительной, считаются неверными и могут быть отброшены.

В соответствии с изложенными правилами, например, результат определения давности повреждений, записанный как 23 ч означает, что с момента образования повреждения прошло t = 23±0,5 ч (эквивалентная запись: $t \in [22,5; 23,5]$). Этот результат не эквивалентен обозначению давности в полных сутках: t = 1 сутки, поскольку в данном случае под давностью повреждения подразумевается более широкий интервал, равный t = 1±0,5 суток или 12-36 ч.

Понятие погрешности вносит соответствующие коррективы в процедуру определения точных граней оценок давности повреждений. Указанные коррективы особенно актуальны, если оценки давности выражены с разной точностью (минуты, часы, сутки и т.д.).

Таким образом, установление последовательности возникновения повреждений формально представляет собой процедуру задания частичного порядка на конечных множествах оценок их давности. В каждом случае сравнение и упорядочивание оценок давности должно производиться по строгим правилам, учитывающим метод установления отношения последовательности, вид оценок давности повреждений и погрешности их определения. Результаты определения последовательности возникновения повреждений целесообразно визуализировать с помощью ориентированных графов. Дальнейшее развитие принципов определения последовательности возникновения повреждений актуально в отношении к несравнимым оценкам их давности.

ГЛАВА 5. НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ЛОГИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

5.1. ПОСТРОЕНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ ФОРМАЛЬНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ, НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ

В судебной медицине, как и любой другой конкретно-научной дисциплине, доказательство представляет собой совокупность утверждений, истекающих из известных на данное время научных фактов путем применения к ним определенных логических правил. Экспертная практика показывает, что зачастую судебно-медицинские эксперты полагают, что итог доказательства (доказательство или опровержение тезиса, либо обоснование принципиальной неразрешимости проблемы) зависит только от количества научных фактов (знаний), которыми обладает субъект экспертного познания и может использовать их в качестве посылок для своих умозаключений. Логические же правила при этом представляют собой незыблемые «застывшие» структуры, которые просто нельзя нарушать. Отсюда правильность экспертных выводов гарантируют истинность используемых для их обоснования посылок и неукоснительное соблюдение логических правил вывода. Важность данного положения неоднократно подчеркивалась в работах, посвященных теории судебно-медицинского заключения [9-11].

Вместе с тем, в практике часто возникают парадоксальные ситуации, связанные с тем, что разные субъекты познания, опираясь на одни и те же посылки, с полным убеждением приходят к противоречащим заключениям. В подобных случаях обычно одно из этих заключений считают ошибочным (ложным) по причине нарушения логических правил вывода. В этой связи возникает вопрос о существовании альтернативных логик с правилами вывода, отличными от таковых классической и традиционной логик. Яркой демонстрацией изложенной проблемы служит следующий пример.

На одной конференции возник жаркий спор между судебно-медицинскими экспертами по поводу причины смерти гражданина, умершего в больнице. Судебно-медицинский эксперт, проводивший исследование трупа, исчерпав весь арсенал аргументов и не убедив аудиторию, довольно эмоционально сказал: «У Вас своя логика, а у меня своя!». На это ему последовало возражение – пояснение другого судебно-медицинского эксперта с большим опытом практической работы: «Логика одна, а вот логических ошибок может быть много». Конференция пришла к выводу, что заключение эксперта, исследовавшего труп, о причине смерти было ошибочным.

В данном примере утверждение о наличии у каждого своей логики, несмотря на кажущуюся его абсурдность, является истинным, а обратное утверждение - ложным. Дело в том, что современная логика представляет собой совокупность нескольких различных формальных логических теорий. Именно по этой причине правомерно говорить не о доказательстве вообще, а о доказательстве в рамках определенной логической системы. Изложенное подчеркивает особую важность рассмотрения принципов построения формальных логических систем.

В аспекте указанной проблемы каждую формальную логическую систему T можно представить в виде синтаксически-семантической структуры

$$T = \langle L, J, F, A, R, \Sigma \rangle,$$

где L - множество истинностных значений, J - язык системы, F - множество индукционных правил образования логических формул; A - множество логических аксиом, R - множество фиксированных правил вывода, Σ - множество допустимых правил секвенционального вывода.

Отсюда новую формальную логическую теорию можно получить, внеся изменения в один или сразу несколько компонентов указанной структуры классической логики. Последняя, как уже отмечалось, сама состоит из двух отличных формальных логических систем, предназначенных для изучения объектов разной сложности: логики высказываний и логики предикатов и функций. Отсюда методы построения неклассических формальных логических систем можно представить в виде следующей классификационной схемы:

1. Синтаксические методы построения логических систем.

1.1. Изменение языка системы.

1.1.1. Изменение множеств пропозициональных и предметных переменных и констант.

1.1.2. Изменение множества предикатных символов.

1.1.3. Изменение множества функциональных символов.

1.1.4. Изменение множества логических символов.

1.2. Изменение индукционных правил образования формул.

1.3. Изменение комплекса схем логических аксиом.

1.4. Изменение набора фиксированных правил вывода.

1.5. Введение ограничений на использование допустимых правил секвенционального вывода.

2. Семантические методы построения логических систем.

2.1. Дополнение множества $L = \{0,1\}$ истинностных значений оцененных логических формул конечным количеством элементов.

2.2. Введение бесконечного неконтинуального на интервале $L = [0,1]$ множества истинностных значений логических формул.

2.3. Введение бесконечного континуального на интервале $L = [0,1]$ множества истинностных значений логических формул.

Таким образом, построение неклассических логик может быть достигнуто путем трансформации синтаксиса классической логики или увеличения количества истинностных оценок ее формул.

Синтаксические методы построения неклассических логических систем включают разработку альтернативного языка и/или допустимых правил вывода. Создание языка формальной системы достигается путем выделения собственных множеств символов пропозициональных и предметных переменных, константных, предикатных и функциональных символов, а также множества логических символов.

Особенности языка конкретной логической системы чаще всего отражают характер объектов, являющихся предметом изучения данной теории. В зависимости от сложности (высказывания, предикаты, функции) и возможности квантифицирования последних язык любой формальной логической системы содержит или не содержит соответствующие символы (пропозициональные переменные, предикатные и функциональные символы, кванторы). Отсюда неклассические логики, имеющие статус строгих формальных систем, подобно классической логике, включают логику высказываний и логику предикатов.

Следует отметить, что не всякая трансформация языка формальной системы сопровождается появлением принципиально отличной семантики. Так, если языки логических систем отличаются лишь обозначениями переменных, логических связок или истинностных значений логических формул, то объекты указанных систем ведут себя согласованно по отношению к логическим операциям, а все свойства систем аналогичны. Например, истинностные значения логических формул могут обозначаться как 0 и 1, или как **и** (истина) и **л** (ложь), а также **T** (truth) и **F** (false). Конъюнкция может обозначаться символами $\wedge$ или &, отрицание символами $\neg$ или $\sim$, а эквивалентность – символами $\leftrightarrow$ или $\sim$. На семантики таких формальных систем естественно смотреть как на разные варианты одной системы, отличающиеся лишь своими обозначениями. Такие семантики получили наименование изоморфных, а свойство «похожести» подобных семантик и систем оформилось в понятии их изоморфизма.

Кроме того, часто дополнение множества логических символов не приводит к качественному изменению свойств формальной системы, поскольку первые могут быть выражены с помощью минимального базового набора логических символов. Например, в логике высказываний исходные индукционные правила образования формул позволяют определять операции конъюнкции, дизъюнкции и эквивалентности как сокращения формул

$$A \wedge B := \neg(A \to \neg B),$$

$$A \vee B := (\neg A \to B),$$

$$A \leftrightarrow B := (A \to B) \wedge (B \to A),$$

вследствие чего базовая сигнатура исчисления высказываний включает только связки импликации и отрицания, а дополнительные связки используются лишь для сокращения записи формул.

Аналогичным образом в логике предикатов дополнительным является квантор существования, который может быть выражен с помощью квантора общности:

$$\exists x A := \neg \forall x \neg A.$$

В то же время расширение множества логических символов классических теорий или их замена другими логическими связками, которые не могут быть выражены с помощью основных логических операций, приведет к появлению принципиально новой логической системы, для которой a priori возможны следующие случаи.

1. Для построенной формальной теории не существует ни одной подходящей семантики, то есть такой интерпретации, в рамках которой все аксиомы исчисления оказались бы истинными утверждениями для объектов и отношений этой интерпретации, а логические средства, будучи примененными к истинным утверждениям, порождали бы только истинные утверждения. Такие исчисления принято называть невыполнимыми. Невыполнимые логические исчисления непригодны для изучения реальных интерпретаций.

2. Для формальной теории существует единственная семантика. Такие исчисления, имеющие хотя бы одну семантику, называются выполнимыми. Выполнимые исчисления, имеющие с точностью

до изоморфизма единственную интерпретацию, называют категоричными.

3. Для построенной формальной теории существует несколько принципиально новых (неизоморфных) семантик. В этом случае такие неизоморфные интерпретации нельзя отличить друг от друга с помощью формул построенного исчисления.

Изменения индукционных правил построения логических формул имеют вторичный характер по отношению к изменениям алфавита формальной системы и задаются в целях эффективного выделения среди слов языка формальной системы формул с правильной последовательностью формирования.

Подобно изменениям символов языка трансформации набора схем логических аксиом формальной системы не всегда приводят к появлению неизоморфной семантики. Часто бывает, что некоторые аксиомы оказываются «лишними», поскольку могут быть выведены, исходя из меньшего набора аксиоматических утверждений. Обычно при построении формальных систем стремятся минимизировать набор схем аксиом. В то же время выделение в качестве аксиомы какой-либо недоказуемой в рамках указанной формальной системы формулы, может привести к появлению неизоморфной семантики и принципиально отличной непротиворечивой формальной системы. Подобная ситуация, например, имеет место в геометрии, где замена пятого постулата Евклида иными аксиоматическими утверждениями, привела к появлению множества непротиворечивых неевклидовых геометрий [20,22].

Правила вывода классических логических систем отражают степень сложности объектов их изучения и возможность квантификации последних. В этой связи классическая логика предикатов, в отличие от логики высказываний, наряду с правилом modus ponens содержит правило обобщения. Подобно набору логических аксиом при построение логических теорий стремятся минимизировать количество фиксированных правил вывода путем исключения выводимых формул. По этой причине, например, к числу фиксированных правил вывода классической логики не относится тавтология modus tollens, которую можно вывести с помощью аксиом и правила modus ponens исчисления высказываний. Однако существенное изменение правил вывода классической логики может привести к появлению логической системы с неизоморфной семантикой.

Последним синтаксическим методом построения неклассических логик является ограничение числа допустимых правил секвенционального вывода. В таких логиках в процессе доказательства запрещается применение некоторых логических законов, выводимых в классических логических исчислениях. Например, в интуиционистских и конструктивных логиках запрещается использование законов исключенного третьего и двойного отрицания, а также такого метода доказательства, как сведение к абсурду.

Семантические методы построения логических систем основываются на замене принципа двузначности классической логики принципом многозначности, в соответствии с которым оценки логических формул могут принимать одно из $n > 2$ возможных истинностных значений. Многозначность истинностных оценок может быть достигнута за счет дополнения множества $L = \{0,1\}$ истинностных значений логических формул конечным или бесконечным множеством элементов, получаемых с помощью логических связок формальной системы. Более радикальной реализацией принципа многозначности является введение на интервале $L = [0,1]$ континуального бесконечного множества истинностных оценок логических формул.

Независимо от цели и вида семантических преобразований любой переход на принцип многозначности сопровождается существенными синтаксическими изменениями формальной теории. Наиболее сильно синтаксические изменения выражены в бесконечнозначных континуальных логиках.

Таким образом, изложенные принципы позволяют предложить следующую классификацию формальных логических систем:

1. Двузначные логики.

1.1. Классическая логика.

1.2. Двузначные логики с ограничением правил секвенционального вывода (интуиционистская и конструктивная логики).

2. Многозначные логики.

2.1. Конечнозначные логики.

2.2. Бесконечнозначные неконтинуальные на промежутке $L = [0,1]$ логики.

2.3. Континуальные на промежутке $L = [0,1]$ логики (нечеткая логика).

В приведенной схеме все логики, семантики которых неизоморфны таковой классической логической системе, являются не-классическими. Из указанных к таковым относятся все многозначные логики и двузначные логики с ограничением правил секвенционального вывода (интуиционистская и конструктивная логики).

Следует отметить, что причиной создания неклассических логик является неадекватность возможностей описания средствами классической логики некоторых форм рассуждений, а не наличие принципиальной возможности внесения изменений в синтаксически-семантическую структуру классических теорий. Указанные изменения, напротив, представляют собой лишь средство достижения конкретных целей (описание особых свойств объектов изучения и отношений между ними, придание строгости доказательствам и т.д.). В этой связи неклассическую логику можно определить как совокупность логических теорий, являющихся не столько критикой классической логики, сколько попыткой ее дополнения, усовершенствования и дальнейшего развития ее идей [14].

В историческом аспекте можно заметить, что многие недостатки классической логики активно обсуждались еще в античности и средневековье, оставаясь нереализованными до конца XIX – начала XX веков. Первые конструктивные изменения классической логики выразились введением ограничений на применение некоторых логических законов и методов доказательства, в результате чего возникли интуиционистская и конструктивная логики. Затем совершенствованию подверглось классическое описание логического следования и условной связи. Дальнейшее развитие неклассической логики было связано с построением многозначных систем, в том числе и нечеткой логики. Параллельно возникали многие логические направления, ориентированные на решение задач, актуальных в рамках каких-либо конкретно-научных или философских концепций: логики времени, причинности, познания, норм, оценок, действия, решения и выбора, бытия, изменения, части и целого. В настоящее время неклассическая логика является наиболее интенсивно развивающейся частью логики.

В судебной медицине в настоящее время из всех неклассических логики используются лишь неформализованные варианты модальной логики [6,9-11]. В этой связи ниже будут охарактеризованы основные неклассические формальные логические системы и их возможные судебно-медицинские приложения.

5.2. ИНТУИЦИОНИСТКАЯ И КОНСТРУКТИВНАЯ ЛОГИКИ

Одной из наиболее важных ветвей неклассической логики являются интуиционистская и конструктивная логики, тесно связанные между собой ввиду общности их основных идей. В историческом аспекте первоначально возникла интуиционистская логика, имеющая своей философской предпосылкой программу интуиционизма, создателем которой является голландский математик Л.Э.Я. Брауэр (1881-1966). В начале XX века он выдвинул программу радикальной перестройки математики, противопоставив ее концепции сведения математики к логике (логицизм) и истолкованию математики исключительно как языка математических символов (формализм) [16,19,42,47].

Основной тезис интуиционистов гласит, что существование – это то же самое, что конструктивность, или возможность построения. Доказать существование рассматриваемого объекта, по мнению интуиционистов, это значит указать способ его построения. Поэтому интуиционистская логика отвергает все способы доказательства существования объекта, если они не предлагают никакого способа его построения. Данное положение можно показать на следующем примере.

Допустим, что два игрока с равными способностями бесконечно долго играют в карточную игру, и один из них неизменно проигрывает. Согласно классической логике такое положение может считаться доказательством факта нечестной игры выигрывающего (систематического нарушения правил). Интуиционисты же справедливо критикуют подобные доказательства чего-либо. Действительно, в указанном рассуждении мы по существу не смогли сконструировать, то есть конструктивно показать доказываемый факт (в приведенном примере – факт нечестной игры одного из игроков) и способ нарушения правил. Единственным конструктивным доказательством в данном случае является «поимка шулера за руку».

Наложение ограничений, вводимых интуиционистской логикой, на классические способы рассуждения в качестве доказывания ведет к отказу от закона исключенного третьего в применении к бесконечным множествам, а также от закона снятия двойного отрицания и некоторых вариантов косвенного доказательства.

Формальной записью закона исключенного третьего (tertium non datur, т.е. третьего не дано) является выражение:

$$\vdash (A \vee \neg A).$$

Критику рассуждений, связанных с использованием данного закона, можно пояснить следующим образом. Рассмотрим произвольное семейство объектов, характеризующихся некоторым свойством. Классическое понимание закона исключенного третьего состоит в том, что для любого объекта из рассматриваемого множества можно утверждать, что он обладает или не обладает данным свойством. Однако при рассмотрении конкретного объекта может возникнуть ситуация, когда нет возможности конструктивно ответить на вопрос: выполняется для него рассматриваемое свойство или нет? В частности, подобная ситуация возникает при рассмотрении бесконечных множеств, простой перебор всех элементов которых с проверкой выполнимости данного свойства для каждого из них принципиально невозможны. Поэтому, по мнению интуиционистов, все рассуждения, не указывающие конкретно выполнимость какой-либо из двух альтернатив относительно обладания конкретным объектом указанного свойства, не должны использоваться в процессе доказывания.

В связи с отбрасыванием закона исключенного третьего из числа допустимых логических законов интуиционистская логика исключает также и закон двойного отрицания:

$$\vdash (\neg\neg A \to A).$$

Из гипотетических рассуждений интуиционисты также отвергают распространенный в классической логике метод доказательства от противного (reductio ad absurdum, т.е. сведение к абсурду):

$$(\neg A \to B) \wedge (\neg A \to \neg B) \ \vdash A.$$

Суть этого метода заключается в том, что для доказательства обладания данным объектом некоторого свойства делается предположение, что такого объекта не существует. Затем из указанной гипотезы путем каких-то рассуждений приходят к противоречию (абсурду), доказывая тем самым существование объекта с анализируемым свойством. Однако подобное доказательство не содержит указания на конкретно требуемый объект, а только делает вывод о том, что несуществование подобного объекта ведет к логическому противоречию.

В связи с исключением перечисленных логических законов из числа допустимых рассуждений, интуиционистская логика накладывает соответствующие ограничения и на косвенное доказательство. В нем истинность тезиса устанавливается путем показа ошибочности противоположного ему допущения.

Так, при прямом доказательстве задача состоит в том, чтобы найти убедительные аргументы, из которых логически вытекает тезис. В косвенном доказательстве прямые аргументы для вывода доказываемого из них положения не отыскиваются. Вместо этого формулируется антитезис и тем или иным способом показывается его несостоятельность. Отсюда возражения интуиционистов против косвенного доказательства связаны с использованием в нем закона двойного отрицания.

Идеи, касающиеся ограниченной приложимости законов исключенного третьего, снятия двойного отрицания, редукции к абсурду и связанных с ними способов доказательства, разрабатывались советскими математиками А.Н. Колмогоровым, В.И. Гливенко, А.А. Марковым, Н.А. Шаниным и др. [19,22]. В результате критического переосмысления основных принципов интуиционизма возникла конструктивная логика, также считающая неправильным перенос указанных логических принципов, применимых в рассуждениях о конечных множествах, на область бесконечного [19,43].

Ввиду совпадения классов допустимых правил вывода интуиционистская и конструктивная логики часто отождествляются. Однако указанные логические теории имеют и важные различия. В частности, конструктивная логика не обращается к идее математической интуиции. Для судебно-экспертного доказывания, в том числе при производстве судебно-медицинских экспертиз, имеет значение то, что объем доказуемых фактов способами обеих указанных логик меньше, чем в рамках классической логики. Другими словами, доказательство в конструктивной логике является более строгим, чем в классической логике. Поэтому экспертные выводы, доказанные приемами классической логики, не всегда оказываются доказанными в рамках интуиционистской и конструктивной логик. Такими, в частности, являются выводы о причинах смерти, доказываемые констатацией определенной совокупности (комплекса, множества) неспецифических признаков, а также невыявлением каких-либо возможных альтернативных причин смерти. Например, смерть в результате острого отравления этиловым спиртом в настоящее время устанавливается на основании обнаружения этанолемии 5‰ и более и ряда неспецифических морфологических признаков; смерть от острой ишемической болезни сердца диагностируется на основании выявления атеросклероза венечных артерий сердца, метаболических повреждений миокарда, проявлений нарушений ритма сердца и острой сердечной недостаточности.

Между тем, в первом случае никогда нельзя утверждать, что погибший не обладал толерантностью к выявленному уровню этанолемии, а его смерть не наступила от действия другой причины, например, от отравления каким-либо иным ядом функционального действия, который не был обнаружен при скрининговом судебно-химическом исследовании. Во втором случае нельзя категорично утверждать, что метаболические повреждения миокарда были вызваны именно атеросклеротической патологией, и что именно они вызвали острую сердечную недостаточность, и что именно последняя явилась непосредственной причиной смерти.

Проблемой доказывания в указанных и подобных примерах является невозможность перебора всех альтернативных заболеваний и патологических состояний, которые могут быть основной или непосредственной причиной острой смерти, и последовательного дифференциального диагноза с каждой из них.

Таким образом, дифференциально-диагностическому поиску при установлении причины смерти присущ перенос запрещенных интуиционистской и конструктивной логиками логических законов с конечных множеств на бесконечные совокупности. Однозначного решения подобных проблем в теории судебной медицины пока не разработано. Между тем, этот факт всегда может быть использован (и уже используется) оппонентами конкретных судебно-медицинских заключений.

Вместе с тем, следует подчеркнуть, что ограничения, налагаемые конструктивной логикой на процесс обоснования экспертных выводов, не касаются ситуаций с конечными дифференцируемыми множествами. Например, наличие неинкапсулированной односторонней супратенториальной субдуральной гематомы, локализующейся на конвекситальной поверхности теменной доли, при отсутствии повреждений оболочек головного мозга однозначно указывает, что источником кровотечения в субдуральное пространство является повреждение теменных ветвей гомолатеральных поверхностных мозговых вен. Возможность конструктивного построения без специального поиска источника кровотечения в этом случае объясняется конечностью множества потенциальных источников субдуральных гематом [12].

Правила конструктивного доказательства накладывают ограничения не только на способы обоснования экспертных выводов, но и на принципы их формулирования. Так, конструктивная логика запрещает все виды экспертных выводов о возможности реализации какой-либо одной или группы следственных гипотез из их потенциального бесконечного или неактуализованного конечного множества. К таким, часто встречающимся в практике, следует отнести выводы, содержащие не основанные на специальных исследованиях предположения о виде воздействия и об условиях возникновения повреждений: «… повреждения могли образоваться от тупых твердых предметов с ограниченной поверхностью, каковыми могли быть ногти, пальцы рук», «…повреждения могли образоваться при однократном» или « …многократных падениях», «… падении с высоты». К этой же категории относятся выводы о возможности образования повреждений от воздействия неопределенных предметов, «которыми могли быть части транспортного средства», «… части салона автомобиля».

Нарушение законов конструктивной логики часто содержится и в предположительных выводах о давности образования повреждений. Например, «повреждения могли образоваться в срок и при обстоятельствах, указанных в постановлении» или «… образовались в сроки, не противоречащие срокам, указанным в постановлении», «… не исключена возможность образования в срок, указанный потерпевшим» и т.п.

Анализируемые проблемы характерны для многих видов судебно-медицинских экспертиз. Например, при исследованиях колото-резаных повреждений делаются выводы типа: «… повреждение могло быть причинено как клинком ножа, представленного на экспертизу, так и любым другим ножом с теми же параметрами». При неисключающих результатах судебно-биологических экспертиз часто формулируются положительные выводы, в основу которых берутся известные на момент назначения экспертизы следственные данные: «…. кровь в объекте могла произойти от убитого….», «… пятно могло быть образовано кровью самого подозреваемого ….», «… в пятнах найдена сперма, которая может принадлежать подозреваемому…».

Изложенное свидетельствует о существующем многообразии форм нарушений правил конструктивной логики в судебно-медицинской практике. Провоцирующим фактором для указанных нарушений зачастую является редакция «внушаемых» вопросов, поставленных для разрешения эксперту.

Следует отметить, что указанные проблемные аспекты осознавались многими судебными медиками, в связи с чем неоднократно являлись предметом обсуждения с разработкой соответствующих рекомендаций. При этом, если общим и организационно-методическим вопросам проведения и оформления судебно-медицинских экспертиз так называемого «общего профиля» - экспертизам живых лиц и трупов посвящено немало работ [3,17,39], то этим же аспектам судебно-медицинских экспертиз вещественных доказательств посвящены лишь единичные исследования [12,40]. В некоторых из них еще рекомендуются формулировки экспертных выводов не основанных на положениях конструктивной логики [40]. В этой связи следует подчеркнуть, что неконструктивные варианты составления экспертных выводов, как это уже подчеркивалось в специальной литературе, могут привести к следственным и судебным ошибкам [3,12].

Ввиду существования неклассических логик с повышенными требованиями к технике доказательства в судебно-медицинской практике целесообразен поиск прежде всего конструктивных вариантов формулирования и обоснования экспертных выводов. Указанный подход означает, что при составлении выводов о возможности реализации какой-либо следственной гипотезы необходимо указывать полный перечень возможных альтернативных гипотез и объективно оценивать вероятности каждой из них [29]. При этом экспертные выводы, отдающие предпочтение какой-либо следственной гипотезе без проведения адекватных специальных исследований, не должны приниматься в качестве доказательства в юридическом процессе.

Следует подчеркнуть, что сказанное не относится к медико-криминалистическим ситуационным экспертизам, задачей которых является решение вопроса о возможности или невозможности реализации каких-либо событий в рамках конкретных обстоятельств, указанных следствием. В изложенных условиях результаты подобных экспертиз имеют познавательное значение и представляются важными с точки зрения последующего формирования конечного количества следственных версий относительно обстоятельств конкретного происшествия.

5.3. МНОГОЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ

Классическая, интуиционистская и конструктивная логики по своей сути являются двузначными логиками. В их основе лежит принцип двузначности, который постулирует, что высказывания обязательно должны быть либо истинными, либо ложными. М н о г о з н а ч н а я л о г и к а представляет собой совокупность логических систем, опирающихся на п р и н ц и п м н о г о з н а ч н о с т и. В соответствии с этим принципом всякое высказывание имеет одно (и только одно) из $n > 2$ истинностных значений, где n может быть как конечным, так и бесконечным. Поэтому в зависимости от множества истинностных значений различают конечнозначные и бесконечнозначные многозначные логики.

Хотя ряд специалистов по многозначным логическим системам полагает, что наиболее ранние элементы многозначной логики возникли уже в XIX веке [30], в частности, в [55], все же считается, что начало ее настоящего развития должно быть связано с именем И. Лукасевича, который в 1920 г. предложил свою хорошо известную трехзначную систему [52]. Сразу после него Э. Пост также предложил систему многозначной логики, в которой высказываниям приписывались значения из конечного множества натуральных чисел $1,2,\ldots,n$, где $n > 1$ и конечно [58]. В отличие от Э. Поста в последующем Лукасевич вернулся к работе по многозначной логике, когда он обобщил трехзначную логику на конечно и бесконечнозначные системы. Аксиоматизация трехзначной системы И. Лукасевича была предложена М. Вайсбергом [30].

Дальнейшее развитие идеи многозначных систем было реализовано в рамках нечеткой логики, история которой начинается с момента публикации основополагающей работы Л.А. Заде [60]. В данной работе Л.А. Заде ввел идею нечеткого множества, которое рассматривалось как функция из универсального множества на отрезок $[0,1]$. Обобщение идеи нечеткого множества и связь нечеткой логики с многозначной логикой была показана в работах И.А. Гогена [50,51]. После этого многозначная и нечеткая логики стали развиваться параллельно, оказывая влияние друг на друга [30].

Введение в логику многозначных систем сразу же повлекло возникновение проблемы содержательной интерпретации формальных логических построений, поскольку выделение промежуточных значений истинности изменило смысл самих понятий истины и лжи. Классическое толкование последних стало несовместимо с дополнительными значениями истинности, допускаемыми принципом многозначности. При этом проблема заключалась не просто в придании смысла промежуточным значениям истинности, но и в пересмотре предельных ее значений.

Благодаря творческим усилиям многих исследователей, работавших в данном направлении, основой интерпретации многозначных истинностных значений стал градуированный подход. Этот метод предполагает, что при количестве значений истинности большем двух экстремальными значениями являются «явная истина» и «явная ложь», а промежуточные значения представляют постепенно убывающие градации истины и лжи [14,16,30]. В предельном случае трехзначной логики промежуточное между «истинно» и «ложно» значение истолковывается как некоторая «неопределенность», равноотстоящая от обоих, достаточно ясных и определенных полюсов.

Помимо изложенного предлагались и другие возможные подходы к обоснованию многозначной логики и лежащего в ее основе принципа многозначности. Такие подходы объединяла общая идея, что между истиной и ложью нет никаких промежуточных значений, и что многозначная логика имеет дело с некоторыми дополнительными характеристиками высказываний, отличными от их истинностных значений [14]. Подобная интерпретация исключала необходимость пересмотра классических значений истинности и ложности, а также введения градуированного подхода к их оцениванию. Примером такого рода интерпретаций является четырехзначная логика, в которой высказывания делятся не только на истинные и ложные, но также на чисто абстрактные и конкретные, содержащие ссылку на некоторые эмпирические объекты [14]. Значение 1 приписывается истинному абстрактному высказыванию, 2 – истинному конкретному, 3 – ложному конкретному и 4 – ложному абстрактному.

Подобно классическим системам, многозначная логика является функциональной, т.е. истинностные значения любой сложной логической формулы вычисляются по ее составляющим с использованием логических операций, определенных в рамках конкретной многозначной системы.

Для обзора основных логических операций, используемых при оценивании различных многозначных логических исчислений, необходимо углубленное рассмотрение понятий частичного порядка, частично упорядоченных множеств, булевых алгебр и резидуальных решеток [44-46]. Поэтому в настоящей работе мы ограничимся лишь изложением основных принципов многозначной логики. Систематическое изложение указанных понятий можно найти в специальной литературе [2,20,22,30].

Названные теоретические представления необходимы для понимания методов получения истинностных значений логических формул в количестве $n > 2$. Проведенные исследования показали, что обобщение классической логики в указанном аспекте невозможно без увеличения числа логических операций и распространения на них различных законов [30]. В этой связи были разработаны такие алгебраические структуры, как резидуальные решетки и *MV*-алгебры[1] [30,44-46].

Независимо от рассмотрения технических средств оценивания формул в многозначных логических системах, следует отметить, что ни двузначность, ни многозначность не являются прирожденными свойствами человеческого мышления. В этой связи не имеет смысла вопрос о том, какая логика истинна «на самом деле»? Никакого «на самом деле» нет. Вопрос о числе допускаемых значений истинности может возникнуть только при построении отдельных логических систем и при решении отдельных логических проблем. При этом решения одних проблем могут быть получены в рамках двузначной логики, решения других могут оказаться более успешными, если опираются на тот или иной вариант многозначной логики. Например, многозначные логические системы позволяют работать не только с промежуточными значениями истины, но и с феноменом неопределенности, а также с парадоксальными и бессмысленными утверждениями [14,30,65].

В теории и практике судебной медицины из всех видов многозначных (и даже всех неклассических) логик активно используются лишь системы, связанные с модальными оценками [6,9-11]. Последние являются объектом изучения модальной логики, которая исследует следующие группы модальных понятий [14,16]:

1. Логические:
   - абсолютные: «логически необходимо», «логически случайно», «логически возможно», «логически невозможно»;

---

[1] «*MV*» означает «many-valued» (многозначные).

- сравнительные: «логически влечет», «есть логическое следствие».

2. Физические (онтологические, каузальные):

- абсолютные: «физически необходимо», «физически случайно», «физически возможно», «физически невозможно»;
- сравнительные: «есть причина», «есть следствие», «не является ни причиной, ни следствием».

3. Теоретико-познавательные (эпистемические):

- абсолютные: «доказуемо», «опровержимо», «неразрешимо», «физически невозможно», в том числе относящиеся к субъективной убежденности: «убежден», «отвергает», «сомневается», «допускает»;
- сравнительные: «вероятнее», «менее вероятно», «равновероятно».

4. Деонтические (нормативные): «обязательно», «нормативно безразлично», «запрещено», «разрешено».

5. Аксиологические (оценочные):

- абсолютные: «хорошо», «безразлично», «плохо»;
- сравнительные: «лучше», «равноценно», «хуже».

6. Временные:

- абсолютные: «было», «есть», «будет»;
- сравнительные: «раньше», «одновременно», «позже».

Из перечисленных модальностей в судебно-медицинской практике преимущественно применяются лишь каузальные, эпистемические и временные модальности. Следует отметить, что указанные группы модальностей используются не только для формирования экспертных выводов, но и предлагаются в качестве диагностических систем [см. напр. 6].

Поскольку судебно-медицинская практика оперирует с большим количеством разнородных по своей сути объектов, явлений и процессов, то используемые экспертами правила рассуждения в принципе не должны ограничиваться одной-единственной логической системой. В этой связи вряд ли можно согласиться с мнением ряда авторов, полагающих, что в судебной медицине до сих пор отсутствует логически непротиворечивая парадигма формулирования экспертных суждений, которую следует искать [7]. Скорее следует говорить о необходимости приложения различных формальных логических систем к решению разнородных проблем теории и практики судебной медицины.

ГЛАВА 6. НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА

6.1. НЕЧЕТКОСТЬ И НЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА

Характерной чертой окружающего нас мира является недетерминированность большинства присущих ему закономерностей. В широком понимании недетерминированность включает в себя два взаимно дополняющих явления: неопределенность и нечеткость. Оба указанных явления относятся к принципиальной ограниченности объема знаний, имеющихся в нашем распоряжении [30].

Неопределенность возникает из-за недостатка знаний, относящихся к появлению некоторого события. Она существует до момента осуществления некоторого фиксированного комплекса условий, результат реализации которых заранее неизвестен. Таким образом, неопределенность всегда связана с вопросом появления или непоявления данного события в пределах некоторого отрезка времени, поэтому может быть охарактеризована следующей формулировкой: при каждом осуществлении фиксированного комплекса условий событие A может произойти, а может и не произойти. Во многих научных теориях термины «неопределенность» и «недетерминированность» эквивалентны [30].

Формальная модель феномена неопределенности основана на теории вероятностей [13,15]. Согласно этой теории вероятность понимается как численная мера правдоподобности появления некоторого случайного события. Значениями вероятностей являются числа из интервала [0;1], так что значение, близкое к 1, указывает, что событие правдоподобно произойдет, в то время как значение, близкое к 0, указывает на противоположное. Существуют и другие математические теории, оперирующие с феноменом неопределенности, например, теория возможностей, теория измерений, теория надежности, меры доверия и другие [14,27,30,34,65].

Помимо неопределенности другой гранью феномена недетерминированности является нечеткость. Нечеткость проявляется в процессе объединения вместе объектов, имеющих одно и то же свойство φ (свойство объектов). Процесс подобного объединения объектов в один класс формализуется записью

$$X = \{x | \Phi(x)\},$$

где $\Phi(x)$ - одноместный предикат, обозначающий обладание объектом x характеристического свойства φ.

Следует подчеркнуть, что класс X объектов не является множеством в силу парадокса Рассела (см. раздел 4.1), а также вследствие возможного существования граничных объектов, для которых не ясно, обладают они некоторым свойством φ или нет [30].

В судебно-медицинской практике подобная ситуация часто возникает при описании категориальных признаков, таких, как элементы словесного портрета, цветовые и тактильные характеристики изучаемых объектов и т.д. Например, не всегда ясно, можно ли назвать конкретный рот большим, губы тонкими, а данную печень плотной.

Тем не менее, всегда возможно охарактеризовать некоторые типичные объекты, без сомнения обладающие свойством φ. Такие объекты принято называть прототипами. В общем случае говорят, что группировка объектов, задаваемая с использованием некоторого свойства и допускающая граничные элементы, имеет размытые границы [30].

В действительности обычно приходится иметь дело с обоими явлениями недетерминированности одновременно. Несмотря на это, нечеткость не изучалась также долго, как неопределенность [13]. Первые философские статьи, посвященные нечеткости, были опубликованы только в первой половине прошлого столетия [41,59]. Выраженный интерес к проблеме нечеткости появился лишь после основания теории нечетких множеств. В настоящем разделе приведен краткий обзор основных понятий теории нечетких множеств. Детальное изложение данного вопроса можно найти в специальной литературе [30].

Существует несколько способов задания множеств. Одним из них является задание с помощью характеристической функции, определяемой следующим образом.

Пусть U – универсальное множество, x – элемент U, а φ - некоторое свойство. Обычное (четкое) подмножество A универсального множества U, элементы которого удовлетворяют свойству φ, определяется как множество упорядоченных пар $A = \{m_A(x)/x\}$, где $m_A(x)$ - характеристическая функция, принимающая значение 1, если x обладает свойством φ, и 0 – если не обладает.

Нечеткое множество отличается от обычного тем, что для элементов x из U нет однозначного ответа «*да-нет*» относительно свойства φ. В связи с этим нечеткое подмножество A универсального множества U определяется как множество упорядоченных пар $A=\{m_A(x)/x\}$, где $m_A(x)$ - характеристическая функция принадлежности, принимающая значения на некотором упорядоченном множестве L, представляющим собой шкалу истинностных значений [8]. Обычно в качестве наименьшего и наибольшего элементов шкалы L полагают значения, равные 0 и 1 соответственно, что объясняется естественностью и прозрачностью данного промежутка [30]. При этом $L=1$ выражает то, что элемент x без всяких сомнений обладает свойством φ, т.е.

$$\Phi(x)=1 \text{ или } \Phi(x).$$

Значение $L=0$ означает, что x совсем не обладает свойством φ:

$$\Phi(x)=0 \text{ или } \neg\Phi(x).$$

Остальные элементы x нечеткого подмножества A обладают свойством φ частично (формальная запись данного обстоятельства на языке классической логики предикатов невозможна).

Верхняя граница функции принадлежности называется высотой нечеткого множества, а элементы $x\in U$, для которых $m_A(x)=0{,}5$ - точками перехода. Нечеткое множество нормально, если его высота равна 1. Если верхняя граница функции принадлежности меньше 1, то нечеткое множество называется субнормальным.

Таким образом, функцию принадлежности нечеткого множества можно определить как обобщение характеристической функции обычного множества. Существенное различие между обычным и нечетким множеством заключается в использовании шкалы L.

Рассмотрим универсальное множество $U=\{0,10,20,30,40,50\}$, элементы которого представляют собой отношение суммарной площади трупных пятен к поверхности тела, выраженное в процентах. Нечеткое множество A «разлитые трупные пятна» можно определить следующим образом:

$$A=0/0+0/10+0{,}2/20+0{,}5/30+0{,}7/40+1/50.$$

В этом случае $L=[0;1]$, а 0,7/40 означает $m_A(40)=0{,}7$. Высота множества равна 1, т.е. множество является нормальным, а точкой перехода служит элемент $\{30\}$.

В приведенном примере использован прямой метод задания значений $m_A(x)$ для каждого элемента U. Как правило, прямые методы задания функции принадлежности используются для признаков, измеряемых в количественных шкалах [8]. Для категориальных признаков используются групповые прямые методы, заключающиеся в том, что группе из нескольких экспертов предъявляют конкретный объект, и каждый из них должен определить, обладает объект свойством φ или нет. Тогда в качестве $m_A(x)$ принимаются доли утвердительных ответов, данных группой экспертов для каждого объекта из множества U. Для ситуаций с отсутствием элементарных измеримых свойств объектов разработаны косвенные методы определения значений функции принадлежности [8].

В настоящее время многие исследователи считают, что нечеткость не может быть устранена из способов объяснения человеком окружающего мира, поскольку всякая попытка истолковать общее описание с необходимостью ведет к использованию нечетких понятий, так как точное описание содержит излишнее количество деталей [30]. Это составляет известный принцип неопределенности, описанный основателем нечеткой логики Л.А. Заде [61]. Данный принцип постулирует, что увеличение точности ведет к увеличению количества информации, содержательность которой убывает до такого момента, пока точность и содержательность не станут взаимно исключающими характеристиками. Принцип неопределенности показывает, что нечеткость необходима для передачи содержательной информации.

Типичной характеристикой нечеткости является ее непрерывность. Это означает, что если какой-то объект обладает нечетким свойством, а другой мало отличается от него, то он тоже обязан иметь это же свойство [41]. Иными словами, малые отличия между объектами не могут вести к резкому различию в определении, обладает или нет каждый из них нечетким свойством. Переход от обладания нечетким свойством к необладанию является гладким.

Рассмотрим в качестве примера свойство «быть малым натуральным числом». Очевидно, что число 0 является малым, число 1 также является малым и т.д. Процесс формирования данной последовательности может быть формализован записью

$$\Phi(x) \to \Phi(x+1),$$

где $\Phi(x)$ - заданное характеристическое свойство.

Однако подобный тип рассуждений не дает ответа на вопрос, где заканчивается последовательность объектов, обладающих характеристическим свойством? При этом интуитивно очевиден тот факт, что существуют числа, например, 999999999, которые точно не являются малыми. Вместе с тем, указанное выше индукционное правило неизбежно приводит нас к противоречию, что и данное число тоже малое:

$$\Phi(0) \to \Phi(1) \to \cdots \to \Phi(999999999).$$

Следует отметить, что изложенное противоречие не может быть разрешено средствами классической логики. Причем это было известно еще в античности, когда возникли такие парадоксы, как falacros (лысый человек) и sorites (куча) [14,30].

Указанные парадоксы представляют собой последовательности силлогизмов, начинающиеся с истинного утверждения и заканчивающиеся ложным. Напомним вкратце один из них.

Человек без волос или только с одним волосом – лысый. То же верно для человека с двумя волосами и т.д. Следовательно, все люди – лысые.

Данный парадокс возникает тогда, когда свойство «быть лысым» понимается точно, т.е. исключая его нечеткость. В качестве российского аналога упомянутых древних парадоксов можно назвать парадокс алкоголика:

Алкоголь в малых дозах безвреден в любых количествах.

Математическая теория нечеткости наиболее успешно представлена нечеткой логикой [62-64]. В общем смысле *нечеткая логика* является результатом градуированного подхода к формальным логическим системам. Благодаря градуированному подходу, нечеткая логика обеспечивает разрешимость таких классически неразрешимых проблем как древние парадоксы falacros и sorites [30]. На примере малых чисел предлагаемое нечеткой логикой решение названных проблем состоит в допущении, что импликация

$$\Phi(x) \to \Phi(x+1)$$

не вполне убедительна, т.е. является истинной только в некоторой степени, близкой к 1, в частности, $1-\varepsilon$, где $\varepsilon > 0$. При таком допущении все названные выше парадоксы импликации исчезают. Нечеткая логика предлагает также решения и других классических парадоксов, например, парадокса лжеца (liar) [14,30].

В настоящее время нечеткая логика объединяет две теории: теорию приближенных рассуждений и теорию лингвистической логики, которые будут охарактеризованы далее.

6.2. ТЕОРИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ РАССУЖДЕНИЙ

Первоначально термин «нечеткая логика» применялся в отношении всех многозначных логик. Однако благодаря работам Л.А. Заде за этим термином закрепились два других значения: теория приближенных рассуждений и теория лингвистической логики [62-64]. Первое из указанных понятий является наиболее часто используемым и в литературе именуется также терминами «нечеткая логика в узком смысле» или «FLn». Л.А. Заде дает следующее определение нечеткой логики: «В узком смысле нечеткая логика FLn представляет собой логическую систему, нацеленную на формализацию приближенных рассуждений. В этом смысле FLn является расширением многозначной логики» [цит. по 30].

Важно подчеркнуть, что формализация приближенных рассуждений может быть достигнута двумя способами: на основе классического синтаксиса или путем введения градуированного подхода. При этом в первом случае градуированный подход «укладывается» в классические определения, а во втором – классические определения рассматриваются как частный (предельный) случай градуированного подхода. В настоящее время более распространен второй способ, подчеркивающий, что нечеткая логика является обобщением классической и многозначной логик. Тогда нечеткой логике в большей степени соответствует следующее определение: «Нечеткая логика в узком смысле, FLn, представляет собой специальную многозначную логику, нацеленную на обеспечение формальных основ градуированного подхода к нечеткости» [30].

Как и любая формальная система нечеткая логика состоит из двух компонентов: синтаксиса и семантики. В отличие от классической логики, синтаксис и семантика нечеткой логики оцениваются по градациям. Этим нечеткая логика отличается также и от многозначных логических систем, семантика которых многозначна, но синтаксис является классическим. В этой связи понятие полноты в градуированных формальных логических системах обобщает обычное понятие полноты как классической, так и многозначной логик, но является более слабым.

Множество значений истинности в нечетких логических системах с градуированным подходом является континуальным на промежутке $L = [0,1]$.

По сравнению с другими видами многозначных логик в нечетких системах не существует предпочтительных значений истинности, т.е. все значения истинности одинаковы по важности. Тем не менее, может оказаться, что получено много значений истинности из $L=[0,1]$ и необходимо решить, какие из них следует брать в качестве результата. Для этого предложен принцип максимальности, в соответствии с которым, если объекту соответствует наибольшее значение истинности, то его точное значение истинности равно максимуму (супремуму) всех значений [30].

Синтаксис нечетких логических систем задается формальным языком *J* и множеством *FJ* корректно построенных формул. Все логические константы в FLn являются атомарными формулами. С учетом этого *FJ* определяется как множество всех выражений, сформированных в соответствии с индукционными правилами классической логики. Тем не менее, язык *FJ* градуированных формальных логических систем предполагает помимо обычных логических констант наличие также логических констант α для всех других констант $a \in L$.

Важное значение в описании градуированных формальных логических систем играют оцененные формулы.

Оцененной формулой называется пара

$$a/A,$$

где $A \in FJ$ есть формула и $a \in L$ - ее синтаксическая оценка. Синтаксическая оценка существует у всех формул, но они не принадлежат языку *J*.

Аксиомы в градуированных формальных логических системах являются множествами оцененных формул. Поскольку оценка может быть интерпретирована как степень принадлежности в нечетком множестве, аксиомы также являются нечеткими множествами формул. Как и в классической логике различают множества локальных и специальных аксиом *LAx* и *SAx*. Аксиомы со степенью принадлежности менее чем $1 \in L$, т.е. те, которые имеют изначальную синтаксическую оценку, отличную от 1, могут быть расценены как не полностью убедительные.

n-арным правилом вывода r в градуированной логической системе называется схема

$$r = \frac{a_1 / A_1, \ldots, a_n / A_n}{r^{evl}(a_1, \ldots, a_n) / r^{syn}(A_1, \ldots, A_n)},$$

в соответствии с которой формулам $a_1/A_1,\ldots,a_n/A_n$ ставятся в соответствие оцененные формулы $r^{evl}(a_1,\ldots,a_n)/r^{syn}(A_1,\ldots,A_n)$. Синтаксическая операция r^{syn} является *n*-арной операцией в *FJ*, а операция r^{evl} является *n*-арной операцией в *L*.

Согласно общим принципам формализма множество *R* правил вывода в нечетких логических системах всегда фиксировано.

Оцененным формальным выводом формулы *A* из нечеткого множества формул *X* языка *FJ* называется конечная последовательность оцененных формул

$$\omega := {}^{a_0}\!/\!_{A_0}, {}^{a_1}\!/\!_{A_1}, \ldots, {}^{a_n}\!/\!_{A_n},$$

в которой $A_n := A$ и для любого $i \le n$ существует *n*-арное правило вывода *r* такое, что

$$ {}^{a_i}\!/\!_{A_i} := {}^{r^{evl}(a_{i1},\ldots,a_{in})}\!/\!_{r^{syn}(A_{i1},\ldots,A_{in})}, i_1,\ldots,i_n < 1.$$

Оценка a_n последнего члена ${}^{a_n}\!/\!_{A_n}$ является значением вывода ω.

Семантика нечетких логических систем оценивает истинность формул из *FJ*. Оценкой истинности формул из *FJ* является функция $D: FJ \to L$, которая удовлетворяет определенным формальным условиям [30]. Если α является логической константой для некоторого $a \in L$, то естественно положить $D(\alpha) = a$.

Правило вывода *r* является непротиворечивым, если

$$D(r^{syn}(A_1,\ldots,A_n)) \ge r^{evl}(D(A_1),\ldots,D(A_n))$$

верно для всех значений истинности *D* формул из *FJ*.

В соответствии с этим определением непротиворечивое правило вывода не может привести к оценке его вывода большей, чем значение истинности последней в любой интерпретации. Это свойство правил вывода обеспечивает непротиворечивость формальной системы в целом.

В градуированных формальных логических системах понятие тавтологии является обобщением аналогичного понятия классической логики. Ввиду одинаковой важности всех истинностных значений формул говорят о тавтологиях в степени a. Свойство формулы *A* быть a-тавтологией обозначается через $\models_a A$. Если $a = 1$, то записывают $\models A$, а формулу *A* называют тавтологией.

Отсюда нечеткое множество логических аксиом в градуированной логической системе есть некоторое фиксированное нечеткое множество

$$LAx \subset \left\{ {}^{a}\!/_{A} \middle| a \text{ является тавтологией} \right\}.$$

Понятие формальной нечеткой теории также является градуированным аналогом классического понятия нечеткой теории. А именно, нечеткой формальной теорией в языке J называется совокупность

$$T = \langle LAx, SAx, R \rangle,$$

где LAx – нечеткое множество логических аксиом, SAx нечеткое множество специальных аксиом, R – множество правил вывода.

Пусть T - нечеткая теория, $A \in FJ$ - формула с синтаксической оценкой истинности а. Тогда о формуле A говорят, что она является теоремой степени a или доказуема со степенью a в нечеткой теории T, и обозначают данный факт через $T \vdash_a A$.

Для семантической оценки истинности a говорят, что A является истинной со степенью a в нечеткой теории T, и обозначают данный факт через $T \models_a A$.

Добавляя к аксиомам нечеткой теории нечеткое множество Г формализованных дополнительных конкретно-научных принципов, получают расширенную нечеткую теорию

$$T \cup \Gamma = \langle LAx, SAx \cup \Gamma, R \rangle.$$

Метасвойства непротиворечивости и полноты применительно к нечетким теориям также видоизменяются. Это объясняется наличием в рамках указанных теорий синтаксической и семантической операций оценивания логических формул. Причем обе оценки принадлежат одной шкале L, вследствие чего их можно сравнивать.

Отсюда градуированная логическая система является непротиворечивой, если утверждение

$$T \vdash_a A \text{ и } T \models_b A \text{ влечет } a \le b$$

верно для любой формулы $A \in FJ$ теории.

Иными словами, непротиворечивость в логической системе с градациями означает, что степень истинности формулы в нечеткой теории больше или равна степени доказуемости. Следует отметить, что непротиворечивость нечетких теорий является обобщением данного метасвойства классической логики, поскольку в классическом синтаксисе выводимы только истинные формулы. Следовательно, синтаксис в классической логике также является оцененным, только истинностные оценки всегда равны 1.

Понятие полноты градуированной логической системы отличается от такового классической логики. Так, градуированная формальная логическая система является полной, если утверждение

$$T \vdash_a A \text{ тогда и только тогда, когда } T \models_a A$$

верно для любой формулы $A \in FJ$ теории.

Таким образом, в градуированной логической системе операция синтаксического вывода означает рассмотрение последовательности всех возможных выводов и вычисление супремума их истинностных значений. Аналогично, операция семантического вывода означает нахождение инфимума всех возможных значений истинности. Поэтому метасвойство полноты нечеткой теории означает совпадение различных характеристик истинности: супремума синтаксических и инфимума семантических оценок.

В настоящее время нечеткая логика в узком смысле представляет собой строгую формальную теорию, нашедшую множество успешных инженерных приложений [53,54,57]. Как и многозначные логические системы, нечеткая логика не исключает классические логические принципы. Напротив, классическая логика представляет собой частный (предельный) случай из возможных ситуаций, рассматриваемых нечеткой логикой. Нечеткие теории, в свою очередь, являются расширением классических систем и потому более адекватно отражают действительность и способы человеческих рассуждений. Существует мнение, что в дальнейшем модели искусственного интеллекта будут использовать формальные принципы именно нечеткой логики. В этой связи наблюдается активный процесс обобщения многих традиционных разделов математики в нечеткой постановке: нечеткая статистическая проверка гипотез, нечеткий регрессионный анализ, нечеткие марковские случайные процессы, нечеткие дифференциальные уравнения [8]. Кроме того, имеет место развитие на основе нечеткой логики логических систем, оперирующих с неопределенностью [48,65]. Детальное описание синтаксиса и семантики нечетких логических систем и их метасвойств можно найти в специальной литературе [30].

Для судебной медицины изучение принципов нечеткой логики имеет значение в связи с тем, что FLn является теоретической базой приближенных рассуждений на основе формализованного естественного языка.

6.3. ТЕОРИЯ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Важным преимуществом нечеткой логики над классическими логическими системами является возможность формализации качественных понятий, не укладывающихся в жесткую систему «истина-ложь» и к тому же генерируемых на основе выражений естественного языка, которому свойственна нечеткость терминов. Указанная задача получила свое решение в рамках теории лингвистической логики, называемой также FLb или нечеткой логикой в широком смысле. Концепция FLb была инициирована работами Л.А. Заде [62,66], детально разработана В. Новаком и позже И. Перфильевой [30].

Целью FLb является создание математической модели естественных человеческих рассуждений, в которых принципиальную роль играет человеческий язык [30,62]. Обычно человеческие рассуждения представляют собой нечеткие правила, использующие условные утверждения «если …, то …», содержащие выражения естественного языка и интерпретирующиеся с точки зрения нечетких множеств. В этой связи FLb является расширением FLn, позволяющим перерабатывать выражения естественного языка и импликацию «если …, то …» в оцененные интерпретации формул FLn. Поэтому FLb охватывает только часть выражений естественного языка и не все типы рассуждений.

Часть естественного языка, являющаяся объектом изучения FLb, включает в себя множество Σ лингвистических синтагм, под которыми подразумеваются целые предложения или их части, построенные в соответствии с правилами грамматики и имеющие специальные значения.

В. Новак, И. Перфильева и И. Мочкорж выделяют следующие классы слов, входящие в состав синтагм [30]:

1) существительные, которые обозначают простые объекты без рассмотрения их структуры;

2) прилагательные, обозначающие некоторые свойства объекта, в большинстве представляющие три степени оценки типа «малый», «средний» и «большой» или подобные им лингвистические оценки, такие, как «бедный, средне обеспеченный, богатый» или «слабо, умеренно и высокодифференцированный»;

3) лингвистические градации, формирующие специальный класс так называемых интенсивных прилагательных типа «очень, слегка» и т.п.

4) связки «И», «ИЛИ» и условная клауза «ЕСЛИ …, ТО …»;

5) лингвистические кванторы, такие, как «многие, некоторые, единичные» и т.д.

При построении множества Σ применяются также оценочные синтагмы, т.е. лингвистические выражения, которые характеризуют позицию на упорядоченной шкале, например, «малый, средний, большой». Множество Σ включает также комбинации оценочных синтагм.

Оценочной синтагмой называется любое из следующих лингвистических выражений:

1. Атомарная оценочная синтагма, какая-либо из следующих:

- прилагательное «малый», «средний», «большой»;

- нечеткое количество «приблизительно x», которое является лингвистическим выражением, характеризующим некоторое количество x из данного множества.

2. Синтагма с отрицательной оценкой, которая является следующим выражением:

$$\text{НЕ} \left\langle \text{атомарная оценочная синтагма} \right\rangle.$$

3. Простая оценочная синтагма, которая является выражением:

$$\left\langle \text{лингвистическая градация} \right\rangle \left\langle \text{атомарная оценочная синтагма} \right\rangle.$$

4. Составная оценочная синтагма, которая строится следующим образом: если A,B – оценочные синтагмы, то «A и B», «A или B» - составные оценочные синтагмы.

Оценочные синтагмы являются основным средством для определения оценочных предикатов.

Оценочным предикатом является любая из следующих синтагм:

1. Пусть A является оценочной синтагмой. Тогда синтагма

$$\left\langle \text{существительное} \right\rangle \text{ есть } A$$

является оценочным предикатом.

2. Пусть A и B - оценочные предикаты. Тогда «A и B», «A или B» - составные оценочные предикаты.

Таким образом, множество Σ синтагм состоит из оценочных синтагм, оценочных предикатов и условной клаузы

$$\text{ЕСЛИ } A, \text{ ТО } B,$$

где A, B являются лингвистическими термами.

Фундаментальным понятием при формализации качественных значений естественного языка является термин «нечеткая лингвистическая переменная», введенный работами Л.А. Заде [62-64,66].

Лингвистической переменной называется набор

$$\left\langle \text{X} := \left\langle \text{существительное} \right\rangle, T(X), U, G, M \right\rangle,$$

где X - имя переменной; $T(X)$ – множество ее значений (терм-множество), являющихся языковыми выражениями (синтагмами), U – универсум; G – синтаксическое правило генерирования синтагм $A, B, \ldots, \in T(X)$; M – семантическая процедура присвоения каждой синтагме $A \in T(X)$ соответствующего значения, являющегося нечетким множеством.

Необходимо подчеркнуть, что согласно FLb имя переменной должно быть выражено одним словом (существительным) и обозначать какой-либо простой объект без дополнительных разъяснений его структуры. Однако в практических целях иногда имеет смысл выражать имя лингвистической переменной комбинацией слов, являющихся различными частями речи, но фактически не усложняющих структуру объекта и в принципе допускающих сохранение лишь одного из них, являющегося базовым и представляющего собой имя существительное.

Рассмотрим в качестве примера нечеткую лингвистическую переменную X = *Нейтрофильная реакция в зоне повреждения*. Пусть прототипы слабой и выраженной нейтрофильной реакции равны 10 и 100 нейтрофилам соответственно, обнаруженным в тестовой площади гистологического среза. Формализация описания степени нейтрофильной реакции в зоне повреждения тогда может быть проведена с помощью нечеткой лингвистической переменной

$$\left\langle \text{X} := \left\langle \text{нейтрофильная реакция в зоне повреждения} \right\rangle, T(X), U, G, M \right\rangle,$$

где T – {«*слабая реакция*», «*умеренная реакция*», «*выраженная реакция*»}; $U = \{10;100\}$; G – процедура образования новых термов с помощью связок «*и*», «*или*» и лингвистических градаций типа «*очень*», «*не*», «*более или менее*»; M – правило задания на $U = \{10;100\}$ нечетких подмножеств A_1 = «*слабая нейтрофильная реакция*», A_2 = «*умеренная нейтрофильная реакция*», A_3 = «*выраженная нейтрофильная реакция*», а также нечетких множеств для термов из G (T) в соответствии с правилами трансляции нечетких связок и лингвистических градаций «*очень*», «*не*», «*более или менее*» и др.

Далее осуществляется перевод оценочных синтагм и предикатов в нечеткую логику FLn, с помощью которой осуществляется использование выражений естественного языка в схемах приближенных рассуждений. Обычно указанные схемы содержат нечеткие выражения как в условии, состоящем из так называемых нечетких «если …, то …» правил, так и в наблюдении:

Условие:

ЕСЛИ в зоне повреждения нейтрофильная реакция *слабая*
ИЛИ *умеренная* И макрофагальная реакция *точно* отсутствует
ТО давность повреждения *приблизительно* 1 ч

ЕСЛИ в зоне повреждения нейтрофильная реакция *умеренная* ИЛИ *выраженная* И макрофагальная реакция *практически* отсутствует
ТО давность повреждения *около* 0,5 суток

ЕСЛИ в зоне повреждения нейтрофильная реакция *умеренная*
ИЛИ *выраженная* И макрофагальная реакция *слабая*
ТО давность повреждения *около* 1 суток

ЕСЛИ в зоне повреждения нейтрофильная реакция *слабая*
ИЛИ *умеренная* И макрофагальная реакция *весьма выраженная*
ТО давность повреждения *примерно* 1 неделя

Наблюдение:

в зоне повреждения нейтрофильная реакция *слабая*
И макрофагальная реакция *точно* отсутствует

Заключение: давность повреждения *приблизительно* 1 ч

Приближенные схемы рассуждений могут основываться и на использовании нечетких кванторов, т.е. таких синтагм как «много, большинство, некоторые, частично» и т.п. Например, мы можем расширить приведенную выше схему следующим правилом:

У подавляющего большинства людей воспалительная реакция в зоне повреждений протекает стереотипно, однако у некоторых потерпевших она может быть очень слабой или сроки длительности ее стадий могут быть пролонгированы.

Считается, что именно подобные схемы весьма естественны для человеческих рассуждений во всех сферах его деятельности [30]. По этому поводу необходимо отметить, что современная биомедицина характеризуется ярко выраженной тенденцией к ограничению использования любых нечетких понятий как в теоретических исследованиях, так и в практической деятельности [1,29 и др.].

Одной из базисных составляющих любой медицинской науки и связанных с нею практических приложений становятся результаты теоретической метрологии, постепенно приобретающие статус нормативно закрепленных правил и стандартов [1,27]. В этой связи весьма важным является вопрос о возможностях применения нечеткой логики в практической судебно-медицинской работе. Необходимость рассмотрения данной проблемы объясняется следующими причинами.

Во-первых, судебная медицина, как и многие другие отрасли медицины, пока еще далека от той стадии своего развития, на которой бы все диагностические признаки выражались бы точными количественными или четкими качественными характеристиками. Напротив, представляется, что в обозримом будущем большая часть диагностических методик будет основана именно на признаках, являющихся нечеткими лингвистическими переменными. В связи с этим грамотное оперирование с нечеткими лингвистическими переменными все же лучше, чем их бесконтрольное применение при полном отсутствии попыток теоретического осмысления.

Во-вторых, в практическом аспекте регистрация диагностических признаков, обладающих свойством нечеткости, и их описание с помощью лингвистических переменных по сравнению с точными метрологическими процедурами является менее трудоемкой, может быть выполнена в меньшие сроки и с минимальными затратами. При этом диагностическая значимость нечетких признаков может не уступать или уступать незначительно таковой методик, основанных на точных измерениях.

Примерами нечетких лингвистических переменных, нашедших самое широкое применение в клинической и судебной медицине, являются способы оценки и основанные на них классификационные схемы активности воспаления и фиброза печени при хронических гепатитах [23], обсемененности Helicobacter pylori, нейтрофильной и лимфоплазмоцитарной инфильтраций, атрофии и кишечной метаплазии слизистой оболочки желудка при хронических гастритах [5].

В-третьих, в соответствии с принципом неопределенности Л.А. Заде увеличение точности информации неизбежно сопровождается увеличением ее количества и параллельным снижением ее содержательности, вследствие чего нечеткость необходима для передачи содержательной информации. В этой связи при описании результатов судебно-медицинских исследований логически обоснованной и, на наш взгляд, целесообразной является выполненная в соответствии с приведенными правилами формализации выражений естественного языка замена результатов соответствующих метрологических процедур такими нечеткими лингвистическими переменными как «переполненный мочевой пузырь», «пустой желудок», «умеренная гидроцефалия», «выраженная гипертрофия миокарда» и др. Данное обстоятельство особенно значимо в отношении признаков изучаемого объекта, которые не имеют существенного значения для решения задач конкретного экспертного исследования.

Например, если при исследовании трупа отсутствуют какие-либо выраженные проявления эндокринной патологии или нарушений жирового обмена и их точное описание не является необходимым для выполнения конкретных задач экспертного исследования, то для лучшего осмысления результатов последнего может быть полезным использование некоторых общепринятых нечетких лингвистических переменных («умеренное развитие подкожно-жировой клетчатки» и т.д.) вместо серии замеров толщины жировых отложений (которые непонятно где конкретно производить и с какими нормами сравнивать). Аналогичная ситуация имеет место при указании возраста умершего человека («пожилой», «старческий» и т.п.), если известен его паспортный возраст и отсутствуют какие-либо выраженные несоответствия последнего с биологическим возрастом. Также в соответствующих ситуациях, возможно, имеет смысл ограничиться указанием окраски кожных покровов и отсутствия сыпи вместо длительного изучения и пространного описания всех несущественных кожных изменений (невусы, папилломы, бородавки, мозоли и т.д.).

В-четвертых, принципы нечеткой логики нельзя игнорировать также потому, что они представляют собой естественную форму человеческого мышления во всех его проявлениях.

И, наконец, нечеткая логика, несмотря на скептицизм многих логиков и математиков, сопровождавший ее много лет, к настоящему времени приобрела статус строгой формальной теории, нашедшей большое количество практических приложений и обладающей «равными правами» по сравнению с другими логическими системами, в том числе и с классическими. Это обстоятельство при условии соответствующей методологической проработки судебно-медицинского материала и подготовки рекомендаций, обучения экспертов гарантирует адекватность применения нечетких диагностических признаков при решении судебно-медицинских задач и обосновании выводов.

Следует отметить, что практическая реализация принципов нечеткой логики может сопровождаться появлением категоричных (не имеющих вероятностный характер) экспертных выводов с какой-либо определенной степенью доказуемости, не равной (<1) единице.

Таким образом, изложенное показывает необходимость глубокого изучения феномена нечеткости, теоретических основ и имеющихся практических приложений нечеткой логики в аспекте их возможного использования в судебно-медицинской экспертной деятельности, особенно в тех случаях, когда классические логические системы неэффективны в отношении решения конкретных экспертных задач или отсутствуют условия для их применения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Необходимость доказательства формулируемых выводов представляет собой основное требование, предъявляемое ко всем судебно-экспертным заключениям. Вместе с тем, понятие доказательства в судебной медицине, хотя и является одним из центральных, не имеет такого однозначного определения как, например, в математике и логике, и часто подразумевает не исчерпывающее утверждение истинности тезиса, а придание ему большей или меньшей убедительности. Несмотря на это, процесс любого доказательства в судебной медицине невозможен без использования логических средств.

Современная логика, представленная многочисленными логическими системами, отказывается от расширительного толкования доказательства, понимая под этим термином исчерпывающее обоснование истинности выдвинутого положения. Ввиду существования совокупности альтернативных логических теорий современная логика рассматривает не доказуемость вообще, а доказуемость в рамках конкретной формальной логической системы.

Каждая формальная логическая система отображает результаты мышления в точных понятиях и утверждениях и состоит из языка, множества формул, аксиом и правил логического вывода. Синтаксис предусматривает указание набора знаков, используемых для обозначения высказываний, предикатов, логических функций и отношений между ними, а также определение строгих правил построения логических формул. Добавляя к алфавиту формального языка новые символы и присоединяя к логическим аксиомам дополнительные судебно-медицинские научные принципы, возможно построение формальных судебно-медицинских научных теорий. Подобный подход обеспечивает не только точность основных понятий, употребляемых при рассуждениях. Разделение синтаксиса и семантики позволяет определить понятие логического вывода формально, не обращаясь к содержанию конструируемых выражений. В этом случае понятия доказательства и вывода отождествляются, поскольку в непротиворечивых логических системах выводимы только доказуемые утверждения.

Так как множества логических аксиом и правил логического вывода всегда фиксированы, то любое судебно-медицинское доказательство прежде всего определяется множеством своих специальных аксиом. В качестве последних выступают научные факты, истинность которых установлена (точнее, постулирована) на данном этапе развития судебной медицины. Поэтому истинность специальных судебно-медицинских аксиоматических утверждений является необходимым условием истинности утверждений, выводимых (доказуемых) в рамках данной аксиоматической системы. При этом прогресс судебно-медицинской науки неизбежно связан с ревизией многих утверждений, принимавшихся ранее в качестве истинных. Чаще всего подобный пересмотр связан с обнаружением исключений, утратой статуса абсолютной истины и наложением соответствующих ограничений.

Не менее важным условием истинности экспертных суждений является соблюдение логических правил вывода. В широком смысле этот термин включает индукционные схемы формирования логических формул, фиксированные правила вывода и допустимые правила секвенционального вывода. Несоблюдение любого из указанных правил чревато формулированием необоснованных, ложных или бессмысленных экспертных выводов.

Поскольку логика представляет собой совокупность различных логических систем, необходимо указывать, в рамках какой именно формальной теории осуществляется процесс доказательства или опровержения. В частности, помимо классических правил доказательство может осуществляться согласно правилам неклассических формальных систем, например, таких как интуиционистская, конструктивная, многозначные и нечеткие логики.

Интуиционистская и конструктивная логики, сохраняя принцип двузначности истинностных значений оцененных логических формул, отличаются от классических логических систем наложением запрета на использование некоторых допустимых правил секвенционального вывода. В частности, указанные логики отвергают логические законы двойного отрицания и исключенного третьего, некоторые способы косвенного доказательства. В связи с этим многие доказуемые согласно классическим правилам утверждения в судебной медицине, с точки зрения логического интуиционизма и конструктивизма оказываются несостоятельными или не имеющими практической ценности.

В отличие от классической, интуиционистской и конструктивной логик, многозначная логика представляет собой совокупность логических систем, опирающихся на принцип многозначности, в соответствии с которым всякое высказывание имеет одно и только одно из $n > 2$ истинностных значений, где n может быть как конечным, так и бесконечным. Исторически указанные изменения в шкале истинностных значений имели своей целью дополнение, усовершенствование и дальнейшее развитие классических идей, а также достижение каких-либо конкретных целей (описание особых свойств объектов изучения и отношений между ними, придание строгости доказательствам и т.д.). Дальнейшее развитие принципа многозначности представляет собой нечеткая логика или теория приближенных рассуждений и ее расширение – теория лингвистической логики, учитывающая естественность нечеткости человеческому мышлению. Особенностью нечетких теорий, основанных на использовании градуированного подхода, является континуальная мощность истинностных значений на промежутке $[0,1]$.

Учитывая разнородность изучаемых в процессе экспертного познания объектов и задач экспертных исследований, используемые судебно-медицинскими экспертами правила рассуждения в принципе не должны ограничиваться одной-единственной классической логической системой. Вопросы об объеме допустимых правил секвенционального вывода или числе допускаемых значений истинности должны возникать при анализе каждой конкретной научно-практической проблемы. При этом одни задачи могут быть решены средствами классической логики, доказательственные рассуждения о других могут оказаться более успешными при использовании какого-либо варианта неклассической логики, а некоторые доказательства могут быть получены только на основе способов последней.

Существование большого числа логических теорий со специфическими правилами вывода возводит изучение основ современной логики в ранг одной из важнейших составляющих теоретической подготовки каждого судебно-медицинского эксперта. Знание и практическое внедрение правил формализации рассуждений позволит экспертам не только исключить логические ошибки при составлении выводов, но и находить новые решения, а также избежать семантических разночтений идентичных или эквивалентных логических формул. Кроме того, владение правилами логического вывода облегчит поиск судебно-медицинских утверждений, выбираемых в качестве аксиоматических при обосновании экспертных заключений.

Необходимо подчеркнуть, что принципы формализма вовсе не подразумевают отказ от средств естественного языка и обязательность подробного символического описания логической структуры вывода в экспертных заключениях. Они предписывают лишь соблюдение определенных логических правил при анализе данных экспертного исследования. В этой связи даже в математике действует утверждение, сформулированное такими известными специалистами в области теории доказательств как А.Н. Колмогоров и А.Г. Драгалин: «Необязательно следовать всем канонам строгости, достаточно понимать, как их достичь!» [20, С. 70].

При таком подходе доказательство предстает в виде последовательности утверждений, сформулированных согласно правилам определенной формальной логической системы. Каждое из этих утверждений должно быть истинно по предположению, аксиоме или определению, выведено из предыдущих утверждений или логически эквивалентно предыдущему утверждению. Тогда множество возможных экспертных выводов условно можно представить в виде трех схем:

$$B_1,\ldots,B_n \to \forall x A(x),$$
$$B_1,\ldots,B_n \to \forall x \neg A(x),$$
$$B_1,\ldots,B_n \to \neg\forall x A(x),$$

где $B_1,\ldots,B_n$ - последовательность выведенных формул, $A(x)$ - наличие у исследуемого объекта a свойства A или реализация события a при осуществлении комплекса условий A.

Первые две схемы доказательства весьма благоприятны, поскольку приводят к получению категоричных экспертных выводов. Последняя схема определяет вероятностный характер экспертных выводов, так как содержит неопределенность относительно обладания конкретным объектом a свойства A или реализации a при осуществлении A.:

$$\neg\forall x A(x) \equiv \exists x \neg A(x).$$

К сожалению, исключить неопределенность указанной категории экспертных выводов невозможно даже средствами многозначных и нечетких логик. Это объясняется наличием важнейшего отличия между неопределенностью и нечеткостью: для неопределенности принципиальной является возможность появления некоторого события, нечеткость же относится к способу описания самого события и не рассматривает вопрос, появляется оно или нет. Иными словами, неопределенность в отличие от нечеткости не является истинностным функционалом, следовательно, задачи, связанные с феноменом неопределенности, не могут быть адекватно решены только лишь логическими средствами.

В этой связи для объективного измерения степени неопределенности и формализации вероятностных экспертных выводов необходимы особые рассуждения в рамках специальных логико-математических концепций. Наиболее хорошо разработанным представителем таких концепций является теория вероятностей, базирующаяся на теории множеств. Развитие, адаптация и практическое использование теоретико-вероятностных идей в перспективе может дать решение большого количества проблем судебно-медицинской идентификации, реконструкции и моделирования событий, а также установления причинно-следственных связей.

> Логика может дать огромную пользу лишь при одном условии: вовремя прибегать к ней и вовремя из нее выбегать.
>
> *Умберто Эко* «Имя розы»

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Автандилов, Г.Г.* Основы количественной патологической анатомии [Текст] : учеб. пособие для слушателей системы последипломного образования / Г.Г. Автандилов. – М.: Медицина, 2002. – 237, [3] с. : ил. - ISBN 5-225-04151-5.

2. *Андерсон, Джеймс А.* Дискретная математика и комбинаторика [Текст] = Discrete Mathematics with Combinatorics / Джеймс А. Андерсон; [пер. с англ. М.М. Беловой; под ред. С.С. Шкильняка и М.Р. Саит-Аметова; науч. консультант Ю.В. Казаченко]. – М.: Вильямс, 2004. – 957, [3] с. : ил. - ISBN 5-8459-0498-6 (Вильямс). - ISBN 0-13-086998-8 (Prentice-Hall).

3. *Ардашкин, А.П.* О пределах компетенции судебно-медицинских экспертов [Текст] / А.П. Ардашкин, Е.А. Гимпельсон, В.В. Сергеев // Материалы XIII Пленума Всероссийского общества судебных медиков (21-22 мая 1998 г.). – М.: [б.и.], 1998. – С. 7-8.

4. *Ардашкин, А.П.* Судебно-медицинская экспертиза трупов плодов и новорожденных (экспертно-правовая характеристика, гистологическая диагностика) [Текст] / А.П. Ардашкин, Г.В. Недугов. - Самара: [Офорт], 2006. – 145, [1] с. : ил. – ISBN 5-473-00195-5.

5. *Аруин, Л.И.* Морфологическая диагностика болезней желудка и кишечника [Текст] / Аруин Л.И., Капуллер Л.Л., Исаков В.А. – М.: Триада – Х, 1998. – 483, [6] с. : ил. – ISBN 5-8249-0004-3.

6. *Богомолов, Д.В.* Установление механизма наступления смерти при судебно-медицинском исследовании трупа [Текст] / Д.В. Богомолов, И.Н. Богомолова, О.В. Должанский // Суд. – мед. эксперт. – 2005. - № 6. – С. 9-12.

7. *Богомолов, Д.В.* Научные проблемы судебно-медицинской танатологии на современном этапе [Текст] / Д.В. Богомолов, И.Н. Богомолова // Актуальные вопросы судебно-медицинской экспертизы трупа: труды Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 90-летию Санкт-Петербургского ГУЗ «Бюро судебно-медицинской экспертизы» (5-6 июня 2008 г.) / под ред. В.А. Клевно и В.Д. Исакова. – СПб: [б.и.], 2008. – С. 636-644.

8. *Большаков, А.А.* Методы обработки многомерных данных и временных рядов [Текст] : учеб. пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов.– М.: Горячая линия - Телеком, 2007. – 520 с. : ил. – ISBN 5-93517-287-9.

9. *Вермель, И.Г.* Вопросы логики в судебно-медицинских заключениях (по делам о правильности действий медицинских работников) [Текст] / И.Г. Вермель. – М.: Медицина, 1974. – 64 с.

10. *Вермель, И.Г.* Вопросы теории судебно-медицинского заключения [Текст] / И.Г. Вермель. – М.: Медицина, 1979. – 127, [1] с.

11. *Вермель, И.Г.* Формальная логика в судебной медицине [Текст] / И.Г. Вермель, А.А. Солохин. – М.:[РМАПО], 1995. – 92 с. : ил. - ISBN 5-7249-0334-2.

12. *Гимпельсон, Е.А*. О выводах судебных медиков при экспертизах вещественных доказательств [Текст] / Е.А. Гимпельсон, А.П. Ардашкин // Правовые формы и эффективность доказывания по уголовным делам. – Тольятти: [б.и.], 1994. – С. 99-101.

13. *Гнеденко, Б.В.* Курс теории вероятностей [Текст] : учебник для студентов математических специальностей университетов / Б.В. Гнеденко. – Изд. 9-е, испр. – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 448 с. : ил. – (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-382-00303-0.

14. *Горский, Д.П.* Краткий словарь по логике [Текст] / Д.П. Горский, А.А. Ивин, А.Л. Никифоров; под ред. Д.П. Горского. – М.: Просвещение, 1991. – 208, [1] с. : ил. - ISBN 5-09-001060-9.

15. *Демидович, Б.П.* Краткий курс высшей математики [Текст] : учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев. – М.: АСТ : Астрель, 2005. – 654, [2] с. : ил. – ISBN 5-17-004601-4 (АСТ). - ISBN 5-271-01318-9 (Астрель).

16. *Жоль, К.К.* Логика в лицах и символах [Текст] : учебник для вузов / К.К. Жоль. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: АСТ : Восток-Запад, 2006. – 318, [2] с. : ил. – ISBN 5-17-037286-8 (АСТ). - ISBN 5-478-00313-1 (Астрель).

17. *Капустин, А.В.* Содержание выводов в заключении эксперта при судебно-медицинской экспертизе трупа [Текст] / А.В. Капустин // Суд. – мед. эксперт. – 1985. - № 4. – С. 50-53.

18. *Клайн, М.* Математика. Поиск истины [Текст] : [пер. с англ.] / Морис Клайн. – М.: РИМИС, 2007. – 398, [2] с. : ил. – ISBN 5-9650-0037-5 (РИМИС). - ISBN 0-19-503533-X (Oxford University Press).

19. *Клайн, М.* Математика. Утрата определенности [Текст] : [пер. с англ.] / Морис Клайн. – М.: РИМИС, 2007. – 638, [2] с. : ил. – ISBN 5-9650-0038-3.

20. *Колмогоров, А.Н.* Математическая логика [Текст] : учеб. пособие для студентов математических специальностей вузов / А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгалин. – Изд. 3-е, стереотипное. – М.: КомКнига, 2006. – 240 с. : ил. – (Классический университетский учебник). – ISBN 5-484-00520-5.

21. *Коновалов, А.Н.* Атлас нейрохирургической анатомии [Текст] / А.Н. Коновалов, С.М. Блинков, М.В. Пуцилло; АМН СССР. – М.: Медицина, 1990. – 334, [2] с. : ил. – ISBN 5-225-00707-4.

22. *Лавров, И.А.* Математическая логика [Текст] : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / И.А. Лавров; под ред. Л.Л. Максимовой. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 240 с. : ил. – (Университетский учебник. Серия «Прикладная математика и информатика»). – ISBN 5-7695-2735-8.

23. *Майер, К.-П.* Гепатит и последствия гепатита [Текст] = Hepatitis - Hepatitis-folgen: пер. с нем. / К.-П. Майер – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: ГЭОТАР-МЕД, 2004. – 717, [3] с. : ил. – ISBN 5-9231-0407-5 (ГЭОТАР-МЕД). - ISBN 3-13-585105-2 (Georg Thieme Verlag).

24. *Мацко, Д.Е.* Атлас опухолей центральной нервной системы (гистологическое строение) [Текст] = Atlas of tumours of the central nervous system (the histological structure) / Мацко Д.Е., Коршунов А.Г. – СПб.: [Изд-во РНХИ им. А.Л. Поленова], 1998. – 197, [3] с. : ил. – ISBN 5-900356-10-8.

25. *Милованов, А.П.* Патология системы мать-плацента-плод [Текст]: руководство для врачей / А.П. Милованов. – М.: Медицина, 1999. – 446, [2] с. : ил. - . – ISBN 5-225-02775-X.

26. *Муханов, А.И.* Атлас-руководство по судебной медицине [Текст] / А.И. Муханов. – К.: Головное изд-во издательского объединения «Выща школа», 1988. – 229, [3] с. : ил. - ISBN 5-11-000221-5.

27. *Назаров, Н.Г.* Метрология. Основные понятия и математические модели [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н.Г. Назаров. – М.: Высшая школа, 2002. – 347, [5] с. : ил. – ISBN 5-06-004070-4.

28. *Недугов, Г.В.* Статистический анализ в судебно-медицинской антропологии [Текст] / Г.В. Недугов, В.В. Недугова. - Самара: [Кредо], 2007. – 263, [1] с. : ил. – ISBN 5-86611-043-1.

29. *Недугов, Г.В.* Вероятностные аналитические технологии в судебной медицине: базовые математические модели и практические приложения [Текст]: монография / Г.В. Недугов, В.В. Недугова. - Самара: Офорт, 2009. – 241, [1] с. : ил. – 200 экз. – ISBN 978-5-473-00505-9.

30. *Новак, В.* Математические принципы нечеткой логики [Текст] = Mathematical principles of fuzzy logic / Новак Вилем, Перфильева Ирина, Мочкорж Иржи; пер. с англ. под ред. А.Н. Аверкина. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 352 с. : ил. – ISBN 5-9221-0399-7 (ФИЗМАТЛИТ). - ISBN 0-7923-8595-0 (Kluwer Academic Publishers).

31. *Пиголкин, Ю.И.* Судебно-медицинская диагностика отравлений спиртами [Текст] / [авторы Ю.И. Пиголкин, И.Н. Богомолова, Д.В. Богомолов и др.]; под ред. Ю.И. Пиголкина. М.: Медицинское информационное агентство, 2006. – 573, [3] с. : ил. – ISBN 5-89481-449-9.

32. *Попов, В.Л.* Черепно-мозговая травма. Судебно-медицинские аспекты [Текст] / В.Л. Попов. - Л.: Медицина, Ленинградское отделение, 1988. – 239, [1] с. : ил. – ISBN 5-225-00208-0.

33. *Потапов, А.А.* Доказательная нейтротравматология [Текст] = Evidence based neurotraumatology / А.А. Потапов, Л.Б. Лихтерман, В.Л. Зельман и др.; под ред. А.А. Потапова, Л.Б. Лихтермана. – М. [НИИ нейрохирургии им. Н.Н. Бурденко РАМН], 2003. – 517, [1] с. : ил. – ISBN 5-94982-003-7.

34. *Пытьев, Ю.П.* Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применение [Текст] / Ю.П. Пытьев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 464 с. : ил. – ISBN 978-5-9221-0859-1.

35. *Секей, Г.* Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике [Текст] = Paradoxes in probability theory and mathematical statistics / Г. Секей; пер. с англ. В.В. Ульянова под ред. В.В. Сазонова. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 272 с. : ил. – ISBN 5-93972-150-8.

36. *Синельников, Р.Д.* Атлас анатомии человека [Текст] : учеб. пособие. В 4 т. Т.3. Учение о сосудах / Р.Д. Синельников, Я.Р. Синельников. – 2-е изд., стереотипное. – М.: Медицина, 1996. – 231, [1] с. : ил. – ISBN 5-225-02722-9.

37. *Солохин, А.А.* Логические приемы в судебно-медицинской экспертизе [Текст] / А.А. Солохин, В.А. Свешников, Е.Ю. Дедюева, А.В. Сахно // Суд. – мед. эксперт. – 1985. - № 1. – С. 3-9.

38. *Солохин, А.А.* Причинно-следственные связи в судебно-медицинской экспертизе и их логический анализ [Текст] / А.А. Солохин, В.А. Свешников, Е.Ю. Дедюева, А.В. Сахно. – М.: [ЦОЛИУВ], 1986. – 24, [1] с.

39. *Солохин, А.А.* Патологоанатомический диагноз в заключении (акте) судебно-медицинского эксперта [Текст] / А.А. Солохин, В.А. Свешников, Е.Ю. Дедюева, А.В. Сахно // Суд. – мед. эксперт. – 1986. - № 2. – С. 5-9.

40. *Сулейманова, Г.М.* О структуре выводов судебно-медицинской экспертизы вещественных доказательств [Текст] / Г.М. Сулейманова // Суд. – мед. эксперт. – 1992. - № 1. – С. 14-19.

41. *Black, M.* Vagueness: An Exercise in logical Analysis [Text] / M. Black // Philosophy of Science. – 1937. – Vol. 4. – P. 427-455.

42. *Brouwer, L.E.J.* Intuitionism and Formalism [Text] / *L.E.J. Brouwer* // Amer. Math. Soc. Bulletin. – 1913-1914. – Vol. 20. – P. 81-96.

43. *Calder, A.* Constructive Mathematics [Text] / A. Calder // Scientific American. – 1979. – Oct. – P. 146-171.

44. *Chang, C.C.* Algebraic analysis of many valued logics [Text] / C.C. Chang // Trans. A.M.S. – 1958. – P. 74-80.

45. *Dilworth, R.P.* Abstract residuation over lattices [Text] / R.P. Dilworth // Trans. Amer. Mat. Soc. – 1938. – Vol. 44. – P. 262-268.

46. *Dilworth, R.P.* Residuated lattices [Text] / R.P. Dilworth, M. Ward // Trans. Amer. Mat. Soc. – 1939. – Vol. 45. – P. 335-354.

47. *Dresden, A.* Brouwer's Contributions to the Foundations of Mathematics [Text] / *L.E.J. Brouwer* // Amer. Math. Soc. Bulletin. – 1924. – Vol. 30. – P. 31-40.

48. *Dubois, D.* Fuzzy sets in approximate reasoning – Part. 1: Inference with possibility distributions [Text] / D. Dubois, H. Prade // Fuzzy Sets and Systems. – 1990. – Vol. 40. – P. 143-202.

49. *Gödel, K.* What is Cantor's Continuum Problem? [Text] / K. Gödel // Amer. Math. Month. – 1947. – Vol. 54. – P. 515-525.

50. *Goguen, J.A.* L-fuzzy sets [Text] / J.A. Goguen // J. of Math. Anal. Applic. – 1967. – Vol. 18. – P. 145-174.

51. *Goguen, J.A.* The logic of inexact concepts [Text] / J.A. Goguen // Synthese. – Vol. 19. – P. 325-373.

52. *Lucasiewicz, J.* O logice tròjwartościowej (On three-valued logic) [Text] / J. Lucasiewicz // Ruch Filozoficzny. – 1920. – Vol. 5. – P. 170-171.

53. *Mamdani, E.H.* Applications of fuzzy algorithms for simple dynamic plant [Text] / E.H. Mamdani // Proc. IEE. – 1974. – Vol. 121. – P. 1585-1588.

54. *Mamdani, E.H.* An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller [Text] / E.H. Mamdani, S. Assilian // Int. J. of Man-Machine Studies. – 1975. – Vol. 7. – P. 1-13.

55. *McColl, H.* Symbolic reasoning. II [Text] / H. McColl // Mind., N.S. – 1897. – Vol. 6. – P. 493-510.

56. *Monk, J.D.* On the Foundations of Set Theory [Text] / J.D. Monk // Amer. Math. Month. – 1970. – Vol. 77. – P. 703-711.

57. *Novák, V.* Linguistically Oriented Fuzzy Logic Controller and Its Design [Text] / V. Novák // Int. J. of Approximate Reasoning. – 1995. – Vol. 12. – P. 263-277.

58. *Post, E.L.* Introduction to a general theory of elementary propositions [Text] / E.L. Post // American. J. of Math. – 1921. – Vol. 43. – P. 163-185.

59. *Russel, B.* Vagueness [Text] / B. Russel // Australian J. Phi. – 1923. – Vol. 1. – P. 84-92.

60. *Zadeh, L.A.* Fuzzy Sets [Text] / L.A. Zadeh // Inf. Control. – 1965. – Vol. 8. – P. 338-353.

61. *Zadeh, L.A.* Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes [Text] / L.A. Zadeh // IEEE Trans. Syst. Man and Cybern. – 1973. – Vol. 1. – P. 28-44.

62. *Zadeh, L.A.* The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning I [Text] / L.A. Zadeh // Inf. Sci. – 1975. – Vol. 8. – P. 199-257.

63. *Zadeh, L.A.* The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning II [Text] / L.A. Zadeh // Inf. Sci. – 1975. – Vol. 8. – P. 301-357.

64. *Zadeh, L.A.* The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning III [Text] / L.A. Zadeh // Inf. Sci. – 1975. – Vol. 9. – P. 43-80.

65. *Zadeh, L.A.* Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility [Text] / L.A. Zadeh // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – Vol. 1. – P. 3-28.

66. *Zadeh, L.A.* A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages [Text] / L.A. Zadeh // Comp. Math. with Applic. – 1983. – Vol. 9. – P. 149-184.

СОДЕРЖАНИЕ

Ардашкин Анатолий Пантелеевич
Недугов Герман Владимирович
Недугова Виолетта Владимировна

ФОРМАЛЬНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ИХ СУДЕБНО-МЕДИЦИНСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Монография

Подписано в печать 24.08.2009 г. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Объем 8,75 печ. л. Тираж 300 экз.
Заказ № 2347

ООО «Издательско-прлиграфический комплекс «Право».
443080 г. Самара, ул. Санфировой, 95.
Тел.: (846) 373-65-04, 373-65-06